



**INSTITUTO
FEDERAL**

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE DE CUIABÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E INOVAÇÃO
CAMPUS CUIABÁ – CEL. OCTAYDE JORGE DA SILVA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
Nível Mestrado**

GLAUCO CAUÊ YAMAMOTO MORAL

**CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
MOBILIZADOS EM UM CONTEXTO DE PLANEJAMENTO DE ENSINO DE
DIVISÕES DE FRAÇÕES POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

**Cuiabá
2018**

GLAUCO CAUÊ YAMAMOTO MORAL

**CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
MOBILIZADOS EM UM CONTEXTO DE PLANEJAMENTO DE ENSINO DE
DIVISÕES DE FRAÇÕES POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu - Mestrado Acadêmico em Ensino na Programa Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso - IFMT associado à Universidade de Cuiabá - UNIC, como parte do requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino, área de concentração: Ensino, Currículo e Saberes Docentes e da linha de Pesquisa: Ensino de Matemática, Ciências Naturais e suas tecnologias, sob a orientação da Professor Dr. Jeferson Gomes Moriel Junior.

**Cuiabá
2018**

Dados internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M828c

MORAL, Glauco Cauê Yamamoto

Conhecimento especializado de professores de matemática mobilizados em um contexto de planejamento de ensino de divisões de frações por meio de resolução de problemas/ Glauco Cauê Yamamoto– Cuiabá, MT 2018/ Departamento de Pós-Graduação

Xi. f.; cm. 79 p.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Ensino de stricto sensu, Mestre em Ensino, Currículo e Saberes Docentes e da linha de Pesquisa: Ensino de Matemática, Ciências Naturais e suas tecnologias, Universidade de Cuiabá - MT, 2018.

Orientador: Prof.^a Dr. Jeferson Gomes Moriel Junior

1. Especialização em Matemática. 2. Aprendizagem Baseada em Problemas. 3.

CDU:510:371.13

Terezinha de Jesus de Melo Fonseca - CRB1/3261



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATO GROSSO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E INOVAÇÃO
CAMPUS CUIABÁ – CEL. OCTAYDE JORGE DA SILVA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
Nível Mestrado

ATA DO EXAME DE DEFESA

Aos quinze dias do mês de Outubro do ano de dois mil e dezoito, às 14:00 horas, no Programa de Pós-Graduação em Ensino do Instituto Federal de Mato Grosso em Rede com a Universidade de Cuiabá, na Sala E211 da Pós-Graduação, *Campus* Cuiabá “Cel. Octayde Jorge da Silva”, sob a presidência do Prof. Dr. Jeferson Gomes Moriel Junior, CPF 218.247.408-08 como Orientador, e com a participação dos membros examinadores Prof. Dr. Geison Jader Mello, CPF 283.851.558-64 como Examinador Interno, o Prof. Dr. José Carrillo Yanez, Passaporte Espanhol PAE 035888 como Examinador Externo e a Profa. Dra. Gladys Denise Wielewski, CPF 502.478.161-91 como Examinadora Externa reuniram-se a banca para Defesa Pública de Mestrado de **Glauco Cauê Yamamoto Mora** matrícula **2017180660054**, aluno do Curso de Mestrado Acadêmico em Ensino. A dissertação intitulada “**Conhecimento Especializado de Professores de Matemática Mobilizados em um Contexto de Planejamento de Ensino de Divisões de Frações Usando Resolução de Problemas**” foi apresentada e após a arguição da banca foi aprovada. Para constar, foi lavrada a presente ata que depois de lida e aprovada, vai assinada pelos membros da banca examinadora.

Prof. Dr. Jeferson Gomes Moriel Junior – Presidente da Mesa e Orientador

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – IFMT

Prof. Dr. Geison Jader Mello - Examinador Interno

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – IFMT

Prof. Dr. José Carrillo Yanez - Examinador Externo

Universidade de Huelva – ESPANHA

Profa. Dra. Gladys Denise Wielewski - Examinadora Externa

Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT

Cuiabá, 15 de Outubro de 2018.



DEDICATÓRIA

Dedico esta Dissertação a minha “O bāchan” (avó) que mesmo com somente a 4^a série concluída, me introduziu ao mundo dos números quando tinha meus 5 anos.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus pelo sustento, proteção e força.

Ao Prof. Dr. Jeferson Gomes Moriel Junior, orientador excepcional sempre à postos para que esta dissertação fosse concluída.

Ao Prof. Dr. Geison, para além da banca externa, um coordenador sempre atento a ajudar o que for necessário para o Programa.

A Prof.^a Dra. Gladys por ter aceitado ser banca externa e ter realizado excelentes contribuições.

Ao Prof. Dr. José Carrillo por sua generosidade em sempre contribuir para o andamento desta pesquisa e por aceitar ser banca externa.

A CAPES pela abertura do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEEn), possibilitando que a ciência deste país tenha avanços.

A Pró Reitoria de Pesquisa (PROPES) e a Diretoria de Pós-Graduação pelo apoio financeira (Resolução 10/2015) o que permitiu que esta pesquisa seja abrangente a território nacional.

Aos colegas e amigos do grupo de pesquisa GIMC, Vicente, Stela e Susel por contribuições importantes à pesquisa.

Aos professores doutores do PPGEEn pelos conhecimentos eternizados.

A minha esposa Ana Paula, por sua confiança, dedicação e companheirismo em toda esta jornada.

Aos meus pais, Ademir e Olga, por acreditarem que estava no caminho certo desde que escolhi esta profissão e a decisão de estar a 1200km longe para poder traçar meu caminho.

Aos meus irmãos e familiares por mesmo em pensamento torcendo por mim

Aos amigos irmãos Tiago Morro e Giovani Zanetti, por mesmo à distância com palavras de incentivo e força.

Aos amigos em especial, Césa Mara, Thais e Rafael, Aline, Estela, Francisco e Verondina que estarão em meu coração num carinho especial.

A Gestão do CEFAPRO e demais companheiros de trabalho, representada pelas amigas, Valdelice e Mendes Solange, por todas “orações” e apoio nesse caminhar.

A minha segunda família aqui em Rondonópolis, Sr. Ildefonso, D. Judite e Artur.

Sentado, cansado, fecho os olhos pra poder ver além do que
eu posso entender
Sei que a razão não responde aos meus anseios, o que eu
posso esperar?
Enquanto caminhando aqui (não é o meu lugar)
Do tempo que me resta, levo a fé no caminhar
Vou confiar... E me entregar...
(Oficina G3 - Confiar)

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é caracterizar o conhecimento especializado de professores de matemática em um ambiente de planejamento por meio da metodologia de resolução de problemas em um contexto de Oficina Formativa. Esta pesquisa possui um caráter exploratório com enfoque interpretativo com o encaminhamento metodológico qualitativo. Os sujeitos da pesquisa são quatro professores de matemática, licenciados na área de atuação, lecionando no 6º ao 9º ano do ensino fundamental de uma escola da Rede Estadual de Educação, a qual disponibilizou o horário de planejamento dos professoras para participarem da Oficina Formativa, oficina na qual teve como meta ensinar divisão de frações de uma forma diferente, por meio da metodologia de resolução de problemas. Com esta meta contemplamos em nossa oficina tanto o domínio do conhecimento matemático quanto o pedagógico do conteúdo, cabe ressaltar que não em sua totalidade. Utilizamos o Modelo Teórico MTSK como ferramenta metodológica para analisar os conhecimentos mobilizados dos sujeitos. As manifestações selecionadas e analisadas nos permitiram responder à pergunta desta pesquisa sobre que conhecimentos especializados que os professores de matemática mobilizariam neste contexto de planejamento de ensino de divisão de frações por meio da resolução de problemas. Os resultados desta pesquisa mostram uma forte evidência dos conhecimentos dos tópicos da matemática, principalmente no que se refere a uma definição, propriedade e seu fundamento, no ensino de divisão de frações.

Palavras-chave: Conhecimento especializado para ensinar matemática; MTSK; Divisão de Frações; Resolução de Problemas.

ABSTRACT

The aim of this research is to characterize the knowledge of mathematics teachers in a work environment by solving problems in a context of the Formative Workshop. This research has an exploratory character with an interpretative approach with a qualitative methodology. The subjects of the research are four math teachers, licensed in the area of practice, teaching in the 6th to 9th grade of a primary school of the State Education Network, which made available the time of planning of the teachers to participate in the Formative Workshop, which the goal was to teach division of fractions in a different way, through the methodology of problem solving. With this goal we contemplate in our workshop both the domain of mathematical knowledge and the pedagogical content, it should be noted that not in its entirety. We use the Theoretical Model MTSK as a methodological tool to analyze the mobilized knowledge of the subjects. The selected and analyzed manifestations allowed us to answer the question of this research about what specialized knowledge the mathematics teachers would mobilize in this context of fractional division teaching planning through problem solving. The results of this research show a strong evidence of the knowledge of the topics of mathematics, mainly regarding a definition, property and its foundation, in the teaching of fractional division.

Keywords: Specialized knowledge to teach mathematics; MTSK; Division of Fractions; Troubleshooting.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.** Domínios e Subdomínios do MTSK.....16
- Figura 2.** Exemplo de resolução de problema de área de retângulos.....30

LISTA DE TABELA

Tabela 1.	Cinco Tipos de Problemas.....	10
------------------	-------------------------------	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1.	Algumas ênfases ao ensino da Matemática.....	14
Quadro 2.	Características da investigação qualitativa.....	20
Quadro 3.	Fases metodológicas da pesquisa.....	23
Quadro 4.	Demonstrativo de localização do episódio na transcrição dos dados.....	25
Quadro 5.	Episódio 1 Sobre o Conhecimento para o ensino de Divisão de Frações, retirado do primeiro dia da Oficina Formativa linha 316 a 328 da transcrição.....	27
Quadro 6.	Passagem do pesquisador quanto a primeira pergunta sobre o conhecimento para o ensino de divisão de frações, linha 334 a 337 da transcrição.....	27
Quadro 7.	Episódio 1 Sobre o Conhecimento para o ensino de Divisão de Frações, retirado do primeiro dia da Oficina Formativa linha 340 a 348.....	28
Quadro 8.	Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisar, referente ao episódio 1.....	28
Quadro 9.	Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 1.....	31
Quadro 10.	Episódio 2 Sobre a análise de um problema, retirado do primeiro dia da Oficina Formativa linha 354 a 374 da transcrição.....	31
Quadro 11.	Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisar, referente ao episódio 2.....	32
Quadro 12.	Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 2.....	34
Quadro 13.	Episódio 3 Retomada do problema, retirado do segundo dia da Atividade Formativa linha 387 a 425 da transcrição.....	35
Quadro 14.	Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisar, referente ao episódio 3.....	36
Quadro 15.	Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 3.....	38
Quadro 16.	Episódio 4 Elaboração de um problema de divisão de frações, retirado do segundo dia da Atividade Formativa linha 452 a 483 da transcrição.....	38

Quadro 17.	Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisador, referente ao episódio 4.....	40
Quadro 18.	Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 4.....	41
Quadro 19.	Episódio 5 Sobre o problema e as etapas da Resolução de Problemas, retirado do segundo dia da Atividade Formativa linha 501 a 555 da transcrição.....	42
Quadro 20.	Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisador, referente ao episódio 5.....	44
Quadro 21.	Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 4.....	46
Quadro 22.	Episódio 6 -Planejamento de aula sobre divisão de frações usando a metodologia de resolução de problemas, retirado do segundo dia da Atividade Formativa linha 760 a 794 da transcrição.....	47
Quadro 23.	Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisador, referente ao episódio 6.....	48
Quadro 24.	Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 4.....	51

LISTA DAS PRINCIPAIS SIGLAS

ADEPE-MT	Avaliação Diagnóstica do Ensino Público Estadual de Mato Grosso
CEFAPRO	Centro de Formação e Atualização dos Profissionais da Educação Básica de Mato Grosso
KFLM	Conhecimento das Características de Aprendizagem de Matemática
MK	Conhecimento Matemático
KMLS	Conhecimento das Normas de Aprendizagem de Matemática
KMT	Conhecimento do Ensino de Matemática
KoT	Conhecimento dos Tópicos Matemáticos
KPM	Conhecimento da Prática Matemática
KSM	Conhecimento da Estrutura Matemática
MTSK	Mathematics Teacher's Specialized Knowledge
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PCK	Conhecimento Didático do Conteúdo
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SIDM	Grupo de Pesquisa <i>Seminário de Investigación em Didáctica de la Matemática</i> da Universidade de Hueva – Espanha – Coordenado pelo Professor Dr. Jose Carrillo

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	3
1.1 Objetivos.....	5
1.2 Estrutura do Trabalho	5
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	7
2.1 Resolução de Problemas na Educação Matemática.....	7
2.2 Conhecimento Especializado de Professores de Matemática (MTSK)	14
2.2.1 Conhecimento dos tópicos matemáticos (KoT)	16
2.2.2 Conhecimento da estrutura da Matemática (KSM).....	17
2.2.3 Conhecimento da prática Matemática (KPM).....	17
2.2.4 Conhecimento do ensino de Matemática (KMT).....	18
2.2.5 Conhecimento das características de aprendizagem de Matemática (KFLM) 18	
2.2.6 Conhecimento das normas da aprendizagem de Matemática (KMLS).....	19
3. ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO	20
3.1 Tipo de pesquisa	20
3.2 Contexto e participantes da pesquisa	20
3.2 Instrumentos de coleta de dados e análise	22
4. CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA MOBILIZADOS DURANTE A OFICINA FORMATIVA.....	26
4.1 Episódio 1- Sobre o Conhecimento para o ensino de Divisão de Frações	27
4.2 Episódio 2 - Sobre a análise de um problema.....	31
4.3 Episódio 3 – Retomada do problema	34
4.4 Episódio 4 - Elaboração de um problema de divisão de frações	38
4.5 Episódio 5 – Sobre o problema elaborado pelos sujeitos e as etapas da Resolução de Problemas.....	42
4.6 Episódio 6 - Planejamento de aula sobre divisão de frações usando a metodologia de resolução de problemas	46
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
REFERÊNCIAS	55
APENDICE A	59
APENDICE B.....	63

1. INTRODUÇÃO

Durante décadas o exercício da docência vem sendo estudado, em particular sobre o conhecimento de professores (BALL, et al, 2008; HALIM; MEERAH, 2002; SOSA, 2010; SHULMAN, 1986). Buscando o aprimoramento das pesquisas sobre o conhecimento de professores o grupo de pesquisa SIDM¹ coordenado pelo Professor Dr. Jose Carrillo Yañes desenvolve o Conhecimento Especializado de Professores de Matemática com a sigla MTSK (CARRILLO, et al, 2014; ESCUDERO, et al, 2012; FLORES, et al, 2013; MONTES, et al, 2013; MORIEL, 2014), sendo um marco histórico para este modelo teórico a publicação do livro “Un Marco Teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas” no ano de 2014. Por meio destes estudos a investigação quanto ao conhecimento do professor de Matemática parte para a utilização do modelo para caracterizar o conhecimento de professores de matemática (MORIEL, 2014) com a investigação *in locus*, assim possibilitando a abertura de estudos que permitem sair de literaturas genéricas para literaturas especializadas (MORIEL; WIELEWSKI, 2017). Atualmente os estudos do MTSK e suas aplicações, incluindo esta pesquisa, fazem parte da Rede Iberoamericana MTSK² e no Brasil vinculado ao Grupo Interdisciplinar de Pesquisa em Ensino de Matemática e Ciências da Natureza, GIMC³.

O tema escolhido se baseia no interesse deste pesquisador em compreender a questão do conhecimento de professores de Matemática, tendo em vista a atuação profissional como professor formador no Centro de Formação e Atualização de Profissionais da Educação Básica de Mato Grosso (CEFAPRO). Esta inquietude surgiu diante dos resultados da avaliação externa da PROVA BRASIL⁴, particularmente, em relação ao descritor 26 (Resolver problema com números racionais que envolvam as

¹Grupo *Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática*, coordenado pelo Prof. Dr. José Carrillo da Universidade de Huelva na Espanha

²A Rede Iberoamericana MTSK envolve pesquisadores da Espanha, Portugal, Chile, Brasil, Equador, Peru e México. No Brasil seu coordenador é o Professor Dr. Jeferson Gomes Moriel Junior. As diversas temáticas de pesquisa sobre o MTSK estão descritas no site do grupo: <https://redmtsk.com/>

³Este grupo de pesquisa é composto por docentes e discentes do Programa de Pós-Graduação em Ensino, PPGEn, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso, IFMT.

⁴Trata-se de uma avaliação censitária envolvendo os alunos da 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal, com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino ministrado nas escolas públicas. Participam desta avaliação as escolas que possuem, no mínimo, 20 alunos matriculados nas séries/anos avaliados, sendo os resultados disponibilizados por escola e por ente federativo. (INEP, 2011)

icipam desta avaliação as escolas que possuem, no mínimo, 20 alunos matriculados nas séries/anos avaliados, sendo os resultados disponibilizados por escola e por ente federativo. (INEP, 2011)

operações [adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação]) da matriz curricular do Sistema de Avaliações da Educação Básica (SAEB). Foi identificado que somente 0,65% dos alunos da rede estadual de educação do Estado de Mato Grosso possuem conhecimento em nível proficiente no que diz respeito a determinar o quociente entre números racionais, representados na forma decimal ou fracionária em situações-problema (INEP, 2011).

Neste cenário a Secretária de Estado de Educação Esporte e Lazer (SEDUC) em 2016, aplicou uma avaliação externa com o intuito de diagnosticar como está a aprendizagem no Estado de Mato Grosso denominada de Avaliação Diagnóstica do Ensino Público Estadual de Mato Grosso (ADEPE-MT). Suas matrizes curriculares são divididas em descritores as quais, em sua maioria se referem aos conteúdos da disciplina de Matemática em contextos de resolução de problemas, como por exemplo, o descritor D49 da matriz curricular para o 8º ano do Ensino Fundamental, a saber, “utilizar números racionais envolvendo diferentes significados das operações, na resolução de problemas” (ADEPEMT, 2016, p.15).

Dentre as chamadas Tendências em Educação Matemática, a resolução de problemas se apresenta como estratégia de ensino, podendo ser considerada uma metodologia de ensino (LIMA, 2017; ONUCHIC, 1999; 2011; DANTE, 1988, 1998). Para que o ensino de divisões de frações seja realizado de modo a desenvolver nos alunos a capacidade de resolução de problemas, entende-se que o professor deveria possuir conhecimento especializado, ou seja, um MTSK⁵ da divisão de frações (MORIEL, 2014). Cabe destacar que o MTSK é o modelo teórico do Conhecimento Especializado de Professores de Matemática (CARRILLO et al, 2014; ESCUDERO, et al, 2016; FLORES, et al, 2016; MORIEL, CARRILLO, 2014; MORIEL, 2014). Este panorama nos levou a formular a questão norteadora desta pesquisa: Que conhecimentos especializados professores de Matemática mobilizam em um contexto de planejamento de ensino de divisão de frações por meio da Resolução de Problemas?

Ressaltamos que em âmbito nacional não encontramos nos bancos de dados da CAPES, UNESP, PROFMAT nenhuma dissertação ou tese que investigue o conhecimento especializado de professores de matemática, no que se refere ao ensino de divisão de frações com o uso da metodologia de resolução de problemas. Trento e Colombo (2017) fazem um panorama das pesquisas brasileiras sobre o ensino via

⁵ Sigla para *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*.

metodologia de resolução de problemas e em seu panorama não é encontrado sobre o ensino de divisão de frações, neste levantamento poucas pesquisas referentes ao ensino fundamental (TRENTO; COLOMBO, 2017).

1.1 Objetivos

O objetivo principal desta pesquisa é identificar conhecimentos especializados de professores de Matemática associados ao ensino de divisão de frações por meio da resolução de problemas. Especificamente, pretendemos:

- Caracterizar os conhecimentos especializados no domínio matemático mobilizados por professores de Matemática em um contexto planejamento de ensino de divisões de frações por meio da Resolução de problemas.
- Caracterizar os conhecimentos especializados no domínio didático do conteúdo mobilizados por professores de Matemática em um contexto planejamento de ensino de divisões de frações por meio da Resolução de problemas.

Partimos da premissa de que há conhecimentos especializados para o ensino de divisões de frações que podem ser descritos pelos subdomínios do modelo teórico MTSK e que tal ensino pode ser realizado por meio da metodologia de resoluções de problemas.

1.2 Estrutura do Trabalho

Estruturamos este trabalho para que ao longo do texto a questão norteadora seja respondida e que nossos objetivos contemplados.

No capítulo 2 apresentamos a fundamentação teórica que embasa este trabalho sendo que dividido em duas partes, arcabouço teórico quanto a Resolução de Problemas na Educação Matemática e a segunda parte sobre o Conhecimento Especializado de Professores de Matemática, o MTSK, modelo teórico utilizado também como análise dos conhecimentos mobilizados dos sujeitos desta pesquisa.

Após nossa fundamentação teórica apresentamos no Capítulo 3 os encaminhamentos metodológicos, o contexto e participantes da pesquisa, sendo quatro professores Licenciados em Matemática que atuam do 6º ano ao 9º ano do ensino fundamental de uma escola do município de Rondonópolis-MT. Como instrumento de coleta dos dados, realizamos uma Oficina Formativa sobre o ensino de divisão de frações por meio da metodologia de Resolução de Problemas.

Apresentamos no capítulo 4 para este momento a análise de um episódio caracterizando os conhecimentos mobilizados dos sujeitos no contexto da Oficina Formativa, porém pretendemos analisar mais seis episódios pré-selecionados e ao final de cada episódio um quadro com a síntese dos conhecimentos mobilizados.

O capítulo 5 e final estão às considerações parciais sobre o estudo, bem como, o que é necessário para seu término e possível resposta da questão norteadora.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresentamos a teoria que embasa esta pesquisa desde o início do pensar em “o que pesquisar”, elaboração da Oficina Formativa à análise dos conhecimentos mobilizados. Separamos a fundamentação teórica em duas partes, sendo a primeira destinada a Resolução de Problemas na Educação Matemática e a segunda parte sobre o Conhecimento Especializado de Professores de Matemática, o MTSK, modelo teórico que busca caracterizar o conhecimento mobilizado dos sujeitos desta pesquisa, bem como, instrumento de análise destes conhecimentos.

2.1 Resolução de Problemas na Educação Matemática

Resolver problemas faz parte do cotidiano do ser humano, no qual praticamente em todas as etapas de nossas vidas o ato de resolver problemas está presente, neste sentido Polya (1997) afirma que isto está presente na natureza humana.

“Resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como o “animal que resolve problemas”; seus dias são preenchidos como aspirações não imediatamente alcançáveis. A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregarmos à simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para um fim.” (POLYA, 1997, p.2)

Resolver problemas transpõe para a educação, sendo que a Resolução de Problemas na Educação Matemática utilizada no processo de ensino e aprendizagem o professor deve estabelecer certas classes de problemas, tempo para o desenvolvimento do problema, ser o mediador no entendimento dos alunos (POLYA, 1997).

Em um cenário mundial, com a publicação do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), intitulada “Agenda para Ação” em 1980 nos Estados Unidos apresentou recomendações para o ensino de Matemática, sendo que como foco principal para o ensino de Matemática a Metodologia de Resolução de Problemas (ONUHCIC, 1999).

Por sua vez no Brasil nesta mesma década, por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientam que o ensino dos conceitos e habilidades da Matemática seja encaminhado por meio da Metodologia de Resolução de Problemas e

que o problema seja o ponto de partida para a construção dos conceitos (BRASIL, 1997).

A expressão Resolução de Problemas presente em diversas disciplinas possui diversos significados e interpretações, porém as mais comuns são a Resolução de Problemas como meta, a Resolução de Problemas como um processo e a Resolução de Problemas como uma habilidade básica (BRANCA, 1997). A Resolução de Problemas como meta independe de problemas específicos, procedimentos ou métodos, o importante é aprender a resolver o problema, nesta perspectiva, sendo a razão para estudar Matemática, a Resolução de Problemas como um processo define-se como o processo de aplicação de conhecimentos adquiridos previamente a situações desconhecidas, sendo importantes os métodos utilizados e seus procedimentos, estratégias e as heurísticas⁶ utilizadas pelos alunos, a Resolução de Problemas com uma habilidade básica implica em considerar especificidades do conteúdo tipos de problemas e métodos de soluções.

Seguindo nesta linha de pensamento resolver problemas transpõe para a educação, sendo que a Resolução de Problemas na Educação Matemática utilizada no processo de ensino e aprendizagem o professor deve estabelecer certas classes de problemas, tempo para o desenvolvimento do problema, ser o mediador no entendimento dos alunos (POLYA, 1997).

Schoeder & Lester (1989 apud ONOCHIC, 1999, p. 206) apresenta três modos diferentes de abordar a Resolução de Problemas:

1) *Ensinar sobre a Resolução de Problemas*: o professor que ensina sobre a resolução de problema procura ressaltar o modelo de Polya ou alguma variação dele.

2) *Ensinar a resolver problemas*: o professor *se* concentra na maneira como a Matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicada na Solução de Problemas rotineiros e não rotineiros. Embora a aquisição do conhecimento matemático seja importante, a proposta essencial para aprender Matemática é ser capaz de usá-la.

3) *Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas*. A Resolução de Problemas passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio para se ensinar Matemática. O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Os problemas são

⁶Heurística que no dicionário têm como significado “que serve para descoberta, para a investigação dos fatores” (HOUAISS, 2009), no processo de heurístico dos alunos é utilizado para indicar uma sugestão ou estratégia que ajude o aluno a resolver o problema (ALAN H. SCHOENFELD, 1997)

formulados tendo em vista a formação de conceitos antes mesmo de sua apresentação em Linguagem Matemática formal. O ensino centra-se no aluno que cria estratégias para solucionar o problema. Por fim, o professor dá forma aos conceitos.

Nesta pesquisa abordamos a concepção de “Ensinar Matemática através da Resolução de Problema” porque indica um caminho para o ensino de Matemática não somente para resolver tipos de exercícios, trata-se de uma metodologia para ensinar os conteúdos matemáticos, segundo Onuchic (1999):

Acabando a década de 1980, em que a ênfase em Resolução de Problemas era colocada sobre o uso de modelos e estratégias, novas discussões foram desencadeadas. A Resolução de Problemas passa, então, a ser pensada como uma metodologia de ensino, ponto de partida e meio de se ensinar Matemática. Sob esse enfoque, problemas são propostos de modo a contribuir para a construção de novos conceitos e novos conteúdos, antes mesmo de sua apresentação em linguagem formal (ONUCHIC, 1999, p. 208).

Compreendendo que a Resolução de Problemas presente nas decisões tomadas por todos e que mesmo com várias interpretações, a Resolução de Problemas na Educação Matemática é considerada uma metodologia de ensino, no qual o aluno aprende matemática resolvendo problemas quando aprende matemática para resolver problemas. Para o professor o ensino por meio desta metodologia não é um processo isolado, possibilitando não somente situações como a repetição para a confirmação de conteúdos abordados (ONUCHIC, 1999).

Se esta metodologia de ensino possibilita ao professor uma opção de ensino no qual a aprendizagem dos alunos é significativa (MOREIRA, 1999), Onuchic (1999, p.211) comenta que “[...] Resolver problemas é um bom caminho para se ensinar Matemática. Entretanto, os problemas não têm desempenhado bem seu papel no ensino, pois na melhor hipótese são utilizados como uma forma de aplicação de conhecimentos anteriores adquiridos pelos alunos. [...]”. Compreendemos que uma possível dificuldade dos professores para o não uso adequado da Resolução de Problemas está no entendimento entre as diferenças entre exercício e problemas, portanto iniciamos com a categorização de BUTTS (1997) nesta diferenciação, conforme Tabela 1.

Tabela 1. Cinco Tipos de Problemas

Tipos de Problemas	Características	Exemplo
Exercícios de reconhecimento	Este tipo de exercício normalmente pede ao resolvidor para reconhecer ou recordar um fato específico, uma definição ou enunciado de um teorema.	O segmento de reta unindo um vértice de um triângulo ao ponto médio ao lado oposto é chamado de?
Exercícios algoritmos	Trata-se de exercícios que podem ser resolvidos com um procedimento passo-a-passo, frequentemente um algoritmo numérico.	Resolva: $2x^2 - 3x - 5 = 0$
Problemas de aplicação	Envolvem algoritmos aplicativos. Os problemas tradicionais caem nesta categoria, exigindo em sua resolução: (a) formulação do problema simbolicamente e depois (b) manipulação dos símbolos mediante algoritmos diversos.	Uma bolsa com moedas de 5, 10 e 25 centavos contém 435 moedas no valor de R\$43,45. Há três vezes mais moedas de 10 que de 25. Quantas moedas de cada tipo estão na bolsa?
Problemas de pesquisa aberta	Problemas em cujo enunciado não há uma estratégia para resolvê-los. Normalmente, tais problemas expressam-se por: “Prove que...”, “Encontre todos...” ou “Para quais... é...”, mas muitas outras variações mais interessantes são possíveis.	Quantos triângulos diferentes, de lados inteiros, podem ser construídos de modo que o(s) lado(s) maior(es) tenha(m) 5cm de comprimento? 6cm? 7cm? Em cada caso, quantos são isósceles?
Situações problema	Neste subconjunto não estão incluídos problemas propriamente ditos, mas situações nas quais uma das etapas decisivas é identificar o(s) problema(s) inerente(s) à situação, cuja solução irá melhorá-la.	Esboce um estacionamento de carros. Seguem alguns problemas pertinentes que poderiam ser considerados. Há muitos e muitos outros. a) Que tamanho deverá ter cada boxe? b) Qual o ângulo a ser observado para marcar cada boxe? c) Quanto deverá ser cobrado por carro, por hora, se deseja obter um lucro de 10%?

Fonte: Butts (1997, p. 33-6)

Seguindo esta mesma linha entre exercícios e problemas Dante (1998) faz inferências da diferenciação entre exercícios e problemas, no qual, exercícios servem para exercitar ou praticar determinado algoritmo apresentado anteriormente para o

aluno, em contra partida o problema é a descrição de uma situação onde instiga a resolução do desconhecido, para tal, ressalta que um problema é qualquer situação em que exija pensar e ter conhecimento Matemática específico para resolvê-lo, assim o mesmo indica que um bom problema deve:

- Ser desafiador para o aluno;
- Ser real;
- Ser interessante;
- Ser o elemento de um problema realmente desconhecido;
- Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas;
- Ter um nível adequado de dificuldade;

Diante destas indicações um bom problema faz com que o aluno tenha uma motivação para resolvê-lo, sendo desafiado e que desenvolva sua criatividade. Assim Dante (1998) aborda que os objetivos para que o professor trabalhe com a metodologia de Resolução de Problemas seja:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- Dar o aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática;
- Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
- Dar uma boa base Matemática às pessoas.

Elaborado um bom problema George Polya (1945) diz que a resolução do mesmo realiza-se em quatro etapas ou passos, compreender o problema, conceber um plano, executar o plano, realizar uma visão retrospectiva. Porém uma inquietude desta pesquisa esta em como aplicar esta metodologia, inquietude que Onuchic e Allevato (2011, p.83,84) revelam que não existe uma formula pré-determinada, mas apresentam uma proposta de roteiro com a finalidade de organizar as atividades, em sala de aula, seguindo as etapas a seguir:

1) *Preparação do problema* - Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, de modo que sua resolução dependa de um conteúdo matemático que ainda não foi trabalhado em sala de aula.

2) *Leitura individual* – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

3) *Leitura em conjunto* – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

4) *Resolução do problema* – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo, considerando os alunos como coconstrutores da *Matemática nova* que se pretende abordar. O problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

5) *Observar e Incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

- professor incentiva os alunos a usarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como incentivador e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem Matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6) *Registro das resoluções na lousa* – Representantes de grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7) *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das dificuldades, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8) *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) *Formalização do conteúdo* – Nesse momento, denominado *formalização*, o professor registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem Matemática - padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema,

destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.83-84)

Vale ressaltar que Onuchic e Allevato (2011) alertam que é importante o conhecimento pleno da metodologia e um domínio sólido do conteúdo matemático trabalhado, visando uma aprendizagem adequada.

Quando as autoras ressaltam o conhecimento pleno da metodologia Dante (1988) em sua Tese de livre docência ressalta a importância de um ambiente propício para que o ensino por meio da metodologia de Resolução de Problemas aconteça.

[...] é de fundamental importância a criação de um ambiente educativo propício, onde a criança possa ter liberdade e independência de pensamentos e ações, esteja livre de julgamentos e pressões exteriores e, portanto, aberta a todo tipo de experiências, seja respeitada, valorizada e encorajada por suas idéias imaginativas ou pouco comuns e, sobretudo, que ela possa ser autêntica, ser ela mesma em qualquer ocasião (DANTE, 1988, p. 46).

Portanto o professor com o conhecimento pleno da metodologia de ensino, propiciando um ambiente favorável para o ensino Dante (1998) sugere um procedimento para o professor conduzir o aluno e assim possibilitar o melhor entendimento na formação dos conceitos.

- Incentivar os alunos a participar ativamente na redescoberta de conceitos, através do pensamento reflexivo, Resolução de Problemas, análise, experimentação com materiais didáticos e generalização.
- Encorajar os alunos a fazer perguntas (quando estão estudando ou ouvindo uma explicação) e a propor outras soluções a uma questão ou problema já resolvido.
- Permitir que os alunos explorem alguns tópicos do programa de maneira independente.
- Propor questões abertas para pensar e explorar.
- Dar aos alunos projetos de pesquisa, relatórios e redações criativas.
- Dar tópicos enriquecedores para desenvolvimento livre, extra programa.
- Solicitar aos alunos para justificarem suas respostas, afirmações, métodos, regras e algoritmos, de tal forma que saibam “o porquê” tão bem quanto “o como” do que eles fazem.
- Propor nas avaliações questões de raciocínio puro (“problemas só de pensar”, sem necessidade de conhecimento matemático), questões abertas, testes de compreensão de um texto matemático, prova com consulta (com livro e caderno abertos), etc.
- Facilitar aos alunos o acesso a material de leitura, ilustrações, material didático concreto, aplicações da Matemática, jogos, quebra-cabeças matemáticos, problemas, truques numéricos, paradoxos, etc.
- Solicitar que os alunos inventem jogos para explorar conceitos matemáticos (por exemplo, dominó de tabuadas, batalha naval e coordenadas, etc.)
- Solicitar que os alunos inventem histórias incluindo nelas algo de Matemática.

- Solicitar que os alunos “bolem” uma peça, um teatrinho e representem para seus colegas, incluindo nela assuntos de Matemática.
 - Colocar, de vez em quando, uma pergunta inesperada para explorar.
- (DANTE, 1998, p. 53-54)

Quando temos este aporte teórico indicando passos, procedimentos e cuidados serem respeitados no trabalho da metodologia de Resolução de Problemas, o ensino de Matemática enfatiza segundo Dante (1988) algumas alterações ao ensino (Quadro 4) e assim impulsionar o aluno o domínio dos conceitos, habilidades que permitam sua formação (LIMA, 2017)

Quadro 1. Algumas ênfases ao ensino da Matemática

Mais ênfase em	Menos ênfase em
Ideias Matemáticas	Linguagem e simbolismos
Porquês, significado do que se faz	Regras e esquemas mecanizados
“Pense um pouco sobre isso”	“É assim que se faz”
Processo usado para obtenção de resultados	Resultados
Incentivo à criatividade, curiosidade, iniciativa e exploração	Repetição e imitação
Compreensão	Pressa e impaciência que levam a simples memorização
Ensino mais intuitivo, menos formal	Formalismos e abstrações precoces
Situações-problemas que envolvam significativamente o aluno	Operações rotineiras
Experiência acumulada	Ensino desligado da vivência do aluno
Ensino interligado com outras áreas do conhecimento	Ensino isolado no currículo

Fonte: DANTE, 1998

Observando esta importância do professor estar preparado para o trabalho com esta metodologia Contreras e Carrillo (1998), utilizar a Resolução de Problemas somente como aplicação de conteúdos é vista como uma tendência tecnológica, no qual seu uso seria apenas para dar à teoria um emprego prático, pois nesta metodologia o papel do professor segundo Onucich (1999) gera uma grande mudança, deixando de ser somente um comunicador de conhecimento, para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem, ou seja, o aluno é sujeito da aprendizagem a medida que o professor constrói o ensino.

2.2 Conhecimento Especializado de Professores de Matemática (MTSK)

O dicionário da língua portuguesa descreve a palavra conhecimento como “ato de perceber ou compreender por meio da razão e/ou da experiência”, neste mesmo pensamento a palavra especializado têm por significado “próprio, exclusivo para”, assim pensar em um conhecimento especializado de professores de Matemática nos remete ao saber exclusivo do professor de Matemática para ensinar Matemática.

Construído a partir de modelos teóricos sobre o conhecimento especializado de professores (BALL, et al, 2008; SHULMAN, 1986) o MTSK é um modelo teórico que investiga o conhecimento de professores de Matemática, pesquisado pelo grupo de pesquisa SIDM⁷ da Universidade de Huelva, Espanha, buscando o aprimoramento dos modelos anteriores (CARRILLO,et al, 2014; ESCUDERO,et al, 2012; FLORES, et al, 2013; MONTES, et al, 2013; MORIEL, 2014).

O marco histórico para a investigação do Conhecimento Especializado de Professores de Matemática foi o lançamento do livro “*Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas*” (CARRILLO ,et al, 2014), livro que aborda toda o percurso e explicação sobre o MTSK, no qual, é o principal referencial desta pesquisa.

O modelo MTSK possui dois domínios (Figura 1) conforme apresentado por Shulman (1986), o Conhecimento Matemático (MK) e o Conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK),porém, cada um desses domínios se divide em subdomínios específicos para o professor de Matemática. Ao centro deste modelo estão às crenças dos professores tanto sobre a Matemática quanto o ensino e aprendizagem de Matemática.

⁷Grupo *Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática*, coordenado pelo Prof. Dr. José Carrillo da Universidade de Huelva na Espanha

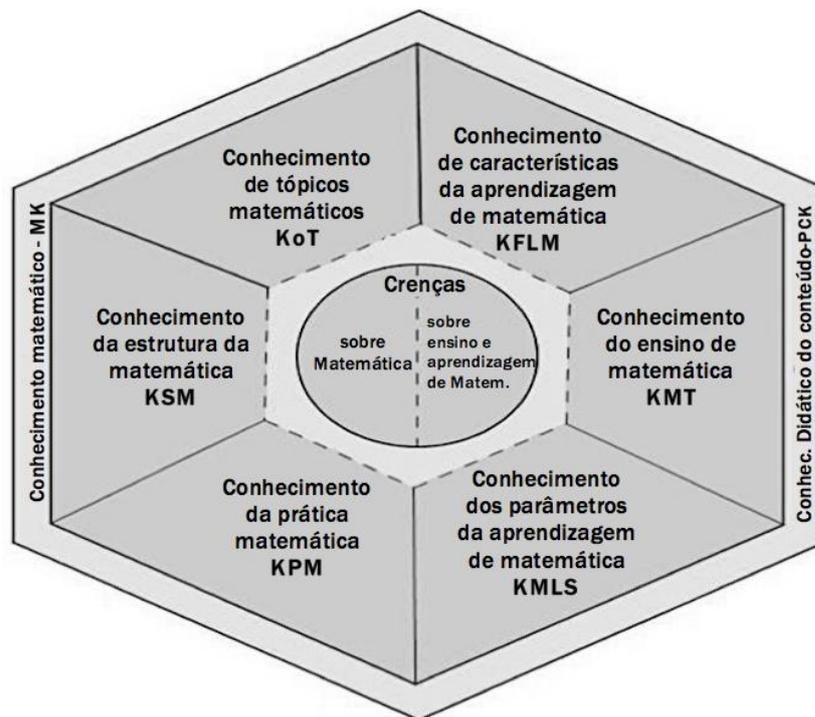


Figura 1. Domínios e subdomínios do MTSK (CARRILLO et al., 2014, p. 1, tradução nossa).

Detalharemos a seguir os seis subdomínios contemplados no modelo MTSK, na visão dos autores (CARRILLO et al., 2014; CARRILLO; et al, 2016 ESCUDERO, 2016; FLORES, 2016). Vale ressaltar que todas siglas deste modelo são siglas na Língua Inglesa com a tradução para a Língua Portuguesa.

2.2.1 Conhecimento dos tópicos matemáticos (KoT)

O Conhecimento de tópicos de Matemática (KoT) é o subdomínio que contempla o conteúdo matemático, com um nível maior quanto seu aprofundamento do conteúdo, organização e estruturação (LIÑÁN, et al, 2016), para uma organização o KoT se divide em cinco categorias, sendo elas a Fenomenologia que incluem conceitos, processos e procedimentos, as Propriedades e seus Fundamentos no qual estão as propriedades e teoremas com suas demonstrações, as Definições entram na categoria do KoT que considera o conhecimento sobre um conjunto de propriedades que definem um objeto, os Registros e Representações são os conhecimentos demonstrados das diferentes formas que podem ser representados determinados conceitos e os Procedimentos categoria que apresenta o conhecimento dos algoritmos e como utilizá-los (LIÑÁN, et al, 2016).

2.2.2 Conhecimento da estrutura da Matemática (KSM)

O segundo subdomínio do MK é o *Conhecimento da estrutura da Matemática* (KSM), o qual se constitui de um subdomínio, que espera mostrar o conhecimento do professor sobre a Matemática, por meio de conexões em suas categorias sendo Conexão com os conteúdos ensinados anteriormente, Conexão com os conteúdos ensinados posteriormente e Conexão com os conteúdos transversais.

O Conhecimento da estrutura da Matemática (KSM) constitui de um subdomínio que espera mostrar o conhecimento do professor sobre a Matemática (MONTES, CLIMENT, 2016) por meio de conexões em suas categorias sendo Conexão com os conteúdos ensinados anteriormente, Conexão com os conteúdos ensinados posteriormente, Conexão com os conteúdos transversais e Conexão Auxiliares (CARRILHO, et al, 2014).

Entre os conhecimentos do MTSK, o KSM representa os conhecimentos das relações (conexões) entre os conteúdos (MONTES, et al, 2013) em diversas situações, tanto em um determinado ano/série de atuação ou em um curso de níveis educacionais, Segundo Rojas (2014) são exemplos de KSM:

Conexões temporárias, como as relações entre os conteúdos matemáticos ensinados e os níveis de ensino anteriores e subsequentes, tais como: frações, decimais e porcentagens; razão e proporção, etc. Além disso, inclui conhecer outros conceitos e procedimentos matemáticos relacionados a números racionais, como proporcionalidade, probabilidade, razões trigonométricas, semelhança de figuras, entre outros (ROJAS, 2014, p. 96).

2.2.3 Conhecimento da prática Matemática (KPM)

O Conhecimento da prática Matemática (KPM) se considera especificamente como o conhecimento dos modos de produção e funcionamento matemático (FLORES, 2013), ou seja, o conhecimento das práticas ligadas a Matemática em geral e as práticas ligadas a uma temática Matemática (CARRILHO, et al, 2014).

Temos como indicadores deste subdomínio a hierarquização e planificação como forma de proceder à resolução de problemas matemáticos; formas de validação e demonstração; papel dos símbolos e uso da linguagem formal; processos associados a resolução de problemas como forma de produzir matemática; práticas particulares de

fazer matemática, por exemplo modelagem; condições necessárias e suficientes para gerar definições.

Neste subdomínio o conhecimento do professor esta diretamente associada à “essência” do conteúdo de matemática, buscando na teoria a estrutura que condiciona a existência de um tipo de conteúdo o saber do raciocínio matemático (CARRILLO, et al, 2014)

A inclusão de aspectos correspondentes ao PCK no MTSK responde a reconhecimento da importância do professor conhecer o conteúdo matemático do ponto de vista de um conteúdo a ser ensinado (conhecimento do ensino de matemática), do ponto de vista de um conteúdo a ser aprendido (conhecimento de características de aprendizagem da matemática) e de uma visão geral da padrões de aprendizagem que podem / se destinam a ser alcançados (conhecimento do padrões de aprendizagem da matemática)(CARRILLO et al., 2014, p. 80).

2.2.4 Conhecimento do ensino de Matemática (KMT)

O Conhecimento do ensino de Matemática (KMT) se define com o conhecimento do professor sobre as características do conteúdo matemático (ESCUDEIRO, et al, 2016). O KMT apresenta três categorias que são o conhecimento de teorias, conhecimento das características Matemáticas específicas com seus recursos materiais e virtuais e o conhecimento das estratégias de ensino com técnicas e tarefas (ESCUDEIRO, et al, 2016). O KMT diz respeito aos recursos necessários para apresentar os conteúdos, sendo possível a análise das limitações e potencialidades que permitem ao professor optar por estratégias de ensino para determinado conteúdo.

2.2.5 Conhecimento das características de aprendizagem de Matemática (KFLM)

O Conhecimento de características da aprendizagem de Matemática (KFLM) busca como foco o conteúdo matemático como objeto de aprendizagem com maior interesse nas características de aprendizagem desenvolvidas pela interação do aluno com o conteúdo matemático (ESCUDEIRO, et al, 2016), incluindo em suas categorias a forma de aprendizagem, pontos fortes e dificuldades para aprendizagem, interpretação dos alunos quanto ao conteúdo matemático, se constitui do processo de compreensão dos estudantes sobre cada conteúdo, desde sua linguagem, associação de cada conceito, seus erros e dificuldades.

2.2.6 Conhecimento das normas da aprendizagem de Matemática (KMLS)

O Conhecimento das normas da aprendizagem de Matemática (KMLS) é o subdomínio do MTSK que abrange o conhecimento curricular matemático, descreve as especificações curriculares envolvendo o previsto para cada etapa escolar, analisando normas de ensino e formas de avaliação. Com isso, compreende o conteúdo matemático necessário observando o conhecimento do nível de desenvolvimento conceitual e processual do aluno e ter o conhecimento da sequência dos temas abordados nos conteúdos matemáticos (ESCUADERO, CARRILLO; 2016).

Diante do exposto, compreendemos que:

Os seis subdomínios descrevem como entender o conhecimento específico de um professor de Matemática e servem como “categorias” de análise em investigações. Por isso, o MTSK também pode ser considerado uma ferramenta metodológica para exploração analítica deste conhecimento. (MORIEL JUNIOR; CARRILLO, 2014, p. 467)

O MTSK e seus subdomínios subsidiará como ferramenta de análise dos conhecimentos mobilizados por professores de matemática ao realizar o planejamento para o ensino de divisões de frações por meio da metodologia de Resolução de Problemas.

3. ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Nessa seção apresentamos o encaminhamento metodológico desta pesquisa, juntamente com o contexto da pesquisa e a descrição dos participantes, os instrumentos de coleta de dados e a abordagem de análise dos conhecimentos mobilizados pelos sujeitos da pesquisa.

3.1 Tipo de pesquisa

Trata-se de uma pesquisa exploratória ou diagnóstica (FIORENTINI; LORENZATO, 2006), com cunho metodológico qualitativo de acordo com as características de Bogdan e Biklen (1994), conforme Quadro 2.

Quadro 2. Características da investigação qualitativa

Características da pesquisa qualitativa (BOGDAN, BLIKLEN, 1994):	Característica da minha pesquisa:
Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.	Participação efetiva do pesquisador <i>in loco</i> (escola da rede estadual de educação) para condução da oficina formativa e observação dos professores sujeitos em horário de planejamento.
A investigação qualitativa é descritiva.	Os conhecimentos especializados sobre o ensino de divisão de fração por meio da resolução de problemas, com base nas falas dos professores ao longo da oficina formativa.
Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.	A análise dos dados mediante manifestações dos professores e separados em episódios quanto o ensino de divisão de frações ou o ensino por meio da metodologia de Resolução de Problemas, observando em que domínio e subdomínio do MTSK este conhecimento especializado mais caracteriza.

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

3.2 Contexto e participantes da pesquisa

O contexto desta pesquisa foi a Oficina Formativa sobre o ensino de divisão de frações oferecido pelo pesquisador. A Oficina Formativa teve como meta “ensinar divisão de frações de modo diferente: Por meio da Resolução de problemas”, realizada no final do ano de 2017 em dois dias, o primeiro dia com duração de duas horas e o segundo dia com duração três horas e trinta minutos, cabe ressaltar que tal atividade

consiste em um espaço-tempo em que se busca criar um ambiente propício para que o professor possa se manifestar sobre uma determinada situação de prática (o ensino de divisão de frações via resolução de problemas) e realizar uma atividade (de planejamento de aula) com base nos seus conhecimentos e experiências, no qual a socialização entre os participantes contribuirá tanto para a consecução dos objetivos desta pesquisa (sobre o conhecimento especializado para ensinar), quanto para o potencial desenvolvimento profissional dos sujeitos.

Os **critérios** de escolha da escola foi uma escola que este pesquisador tivesse uma aproximação mais constante (devido trabalhar com a formação continuada), uma escola que atendesse somente a modalidade de Ensino Fundamental e que disponibilizasse o horário de planejamento dos professores para realizar a Oficina Formativa. Quanto aos sujeitos, para participarem da pesquisa eles deveriam preencher os seguintes requisitos:

- Atuar na disciplina de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ano ao 9º ano) de uma escola da rede estadual de ensino;
- Ter o horário de planejamento⁸ na escola para a realização da atividade;
- Concordar em participar da formação;
- Concordar com os termos do TCLE.

Passamos a **descrição dos sujeitos** da pesquisa escolhidos com base nos critérios anteriores. Inicialmente, quatro sujeitos professores licenciados em Matemática a qual, cabe ressaltar que devido a Oficina Formativa ser dividida em dois dias, por problemas pessoais um dos sujeitos não compareceu no segundo dia. A seguir uma breve descrição profissional de cada sujeito, porém sem detalhes que possam ser identificados. O SUJEITO 1 (S1) professor de Matemática atuando a nove anos, sendo que quando foi realizada a pesquisa atuava no 7º ano do Ensino Fundamental. O SUJEITO 2 (S2) professor de Matemática atuando a dezesseis anos na educação, porém a nove anos na disciplina da Matemática e na pesquisa com o 6º ano do Ensino Fundamental. O SUJEITO 3 (S3) professor de Matemática em seu primeiro ano de atuação, iniciando no 8º ano do Ensino Fundamental, porém com uma breve experiência

⁸ Lei Complementar nº 50 de 1 de outubro de 1998, artigo 38 que diz: Fica assegurado a todos os professores o correspondente a 33,33% (trinta e três vírgula trinta e três por cento) de sua jornada semanal para atividades relacionadas ao processo didático-pedagógico.

fornecida devido o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)¹⁰. O SUJEITO 4 (S4) professor de Matemática, com formação também em licenciatura em letras atuando a trinta e um anos educação porém a disciplina de Matemática a 9 anos, com experiência em todas as modalidades de ensino e na pesquisa lecionava para o 9º ano do Ensino Fundamental. Cumprindo com as normas éticas e de anonimato aceitas pelos sujeitos, a codificação dos sujeitos. condicionadas pelo pesquisador via “Termo de Consentimento Livre Esclarecido” (Apêndice A) aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa, parecer 2.440.890, identificamos o Pesquisador com a sigla “P” e os Sujeitos utilizando a sigla “S” e um número para cada um.

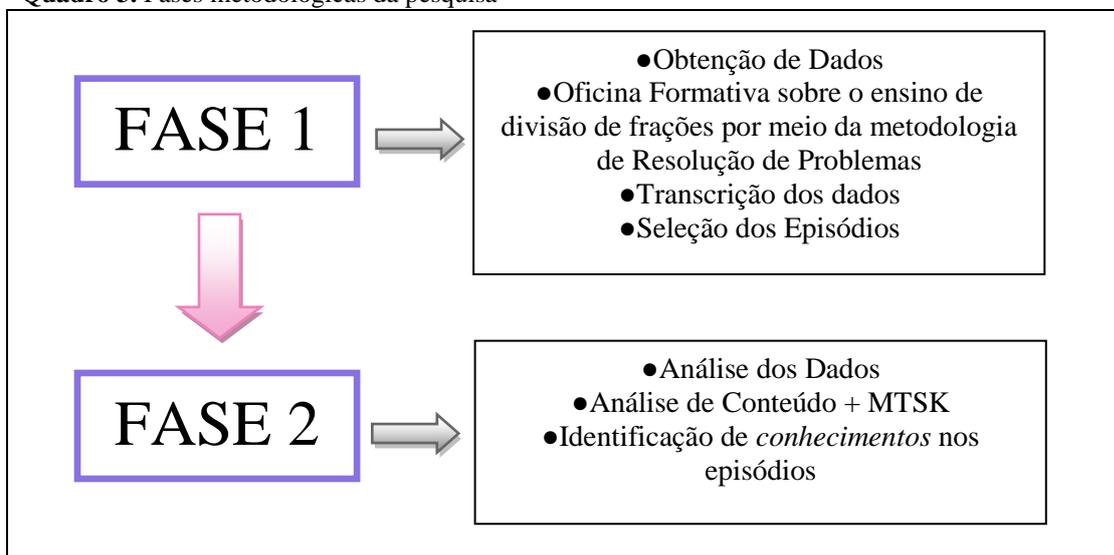
3.2 Instrumentos de coleta de dados e análise

Desenvolvida por este pesquisador a Oficina Formativa passou por um piloto apresentado no grupo de pesquisa GIMC, no qual foram geradas considerações para que assim fosse aplicada aos sujeitos. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram observações *in loco*, gravações audiovisuais e registros fotográficos. A utilização dos recursos audiovisuais possibilita que a coleta de dados torna-se independente das perspectivas do pesquisador e do sujeito em estudo (FLICK, 2004), oportunizando ao pesquisador fazer e revisitar seus dados e perceber situações não observadas no momento da gravação (CARVALHO, 1996).

A pesquisa está distribuída em duas fases para obtenção dos dados e sua análise tendo como foco o conhecimento mobilizado pelos sujeitos sobre o ensino de divisão de frações por meio da metodologia da Resolução de Problemas (Quadro 3).

¹⁰Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (BRASIL, 2010) conforme Decreto nº 7.219, de 24 de junho de 2010. Programa que atinge projetos vinculados a ações formativas nos cursos de licenciatura e projetos das Unidades Escolares por meio de bolsas (GATTI, 2013)

Quadro 3. Fases metodológicas da pesquisa



Fonte: Quadro elaborado pelo autor

A Fase 1, destinada para a coleta de dados e transcrição dos mesmos mediante Oficina Formativa com professores de Matemática sobre o *ensino de divisão de frações por meio da metodologia de Resolução de Problemas* teve como ponto de partida a definição de uma meta para conclusão da Oficina Formativa que seria ensinar divisão de frações de modo diferente: Por meio da resolução de problemas e assim iniciar com o questionamento “que conhecimento é necessário para fazer essa aula diferente?”. Com esta pergunta instigar respostas que identifiquem os domínios e subdomínios do MTSK.

Propiciar um ambiente colaborativo em que os participantes possam discutir, demonstrar soluções e socializar experiências a partir dos seus conhecimentos se mostra eficaz na pesquisa sobre o conhecimento docente (SOUZA MIOLA; PEREIRA, 2012) nesta pesquisa tratando-se sobre o ensino de divisão de frações (KILPATRIK; SWAFFORD; FINDELL, 2001; MORIEL 2014) utilizando a metodologia de Resolução de Problemas (BUTTS, 1997; CONTRERAS; CARRILLO, 1998 ;DANTE, 1988; ONUCHIC, 1999; POLYA, 1997).

A Oficina Formativa iniciou-se com a apresentação do pesquisador e dos sujeitos juntamente com o pedido de autorização para a gravação audiovisual da Oficina Formativa. Em seguida partimos para uma “meta” a ser atingida ao final da Oficina Formativa, com isso possibilitar diversas respostas e assim gerar dados para a análise dos conhecimentos mobilizados. A postura do pesquisador neste tipo de atividade faz

com que os conhecimentos e discussões sejam desencadeadas por meio de perguntas e não partindo das respostas prontas do pesquisador (MORIEL, 2014; GREE; PIEL; FLOWERS, 2008) contudo após esgotado as possibilidades de respostas dos sujeitos o pesquisador apresenta com base nas teorias respostas de perguntas do tipo:

- Existe diferença entre exercícios e problemas?
- Como seria uma aula utilizando a metodologia de Resolução de Problemas?
- No conteúdo de divisões de frações, o que você acredita que seja importante o professor saber (conhecer)?
- Como seria o seu planejamento para abordar a divisão de frações em sala de aula?

Conforme as respostas foram surgindo, os sujeitos discutiam entre si decidiam qual seria o melhor caminho para as respostas. Para a finalização da Oficina Formativa os sujeitos elaboraram um plano de ensino que contemplasse a “meta” determinada de início.

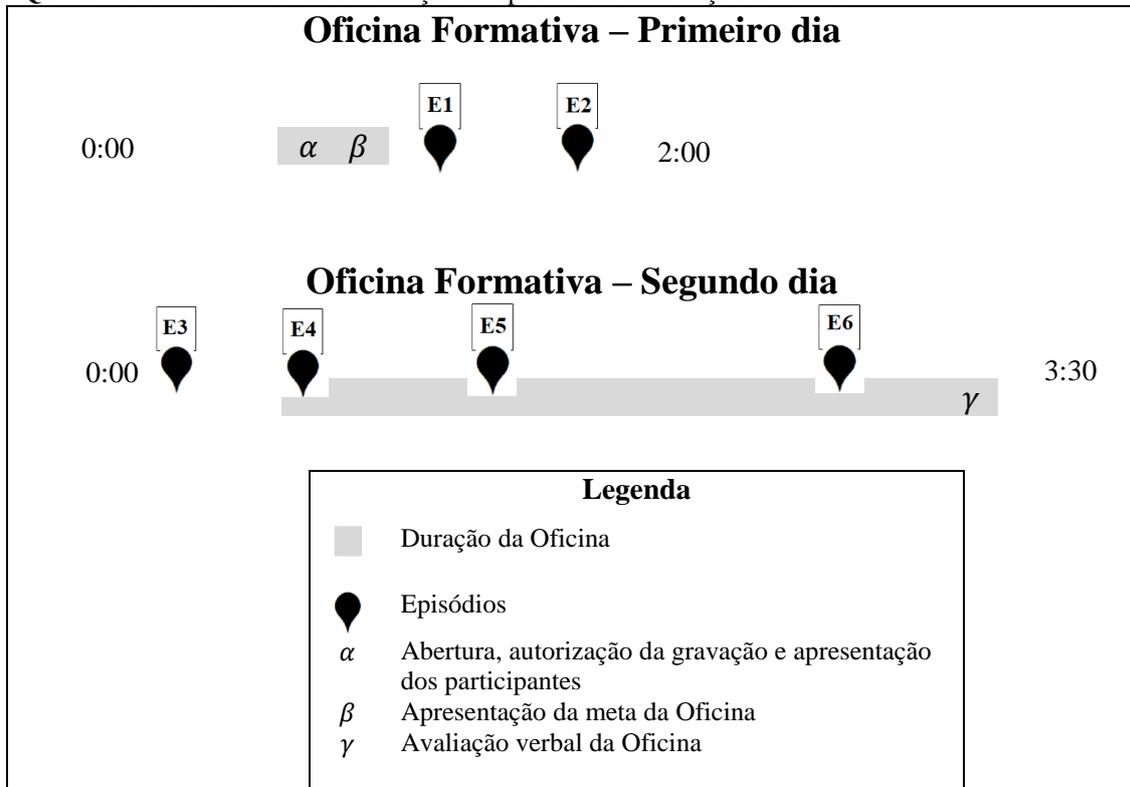
A Fase 2 foi destinada a transcrição e análise dos dados obtidos na fase anterior. Utilizamos o modelo teórico MTSK para análise dos conhecimentos mobilizados dos sujeitos (CARRILLO et al, 2013; ESCUDERO et al, 2012; FLORES et al, 2013; MONTES, et al, 2013; MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013; MORIEL, 2014).

Utilizamos como técnica de análise dos dados coletados a análise de conteúdo em três etapas: Pré-análise, análise com a separação das falas e registro da análise. Na primeira etapa realizamos uma pré-análise da transcrição de todas as falas dos participantes da Oficina Formativa, para assim analisar e determinar as linhas com maior relevância e por fim o registro desta análise com o aporte teórico de todos os conhecimentos mobilizados. Cada conjunto de linhas contendo as falas dos sujeitos foi denominada de “Episódios” em que separamos de acordo com a pergunta “start”¹² do pesquisador e respostas advindas dos sujeitos.

Deste modo tivemos em nossa pesquisa um total de seis episódios pertencentes a dois dias de Oficina Formativa. A seguir (cf. quadro 4) identificamos os episódios na linha do tempo com a sigla “E” e um número correspondente ao episódio.

¹² Termo adotado pelo pesquisador devido sua tradução significar “início”

Quadro 4. Demonstrativo de localização do episódio na transcrição dos dados



Fonte: Quadro elaborado pelo autor

4. CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA MOBILIZADOS DURANTE A OFICINA FORMATIVA

Neste capítulo analisamos os episódios selecionados durante os dois dias de Oficina Formativa a fim de caracterizar os conhecimentos especializados de professores de Matemática mobilizados durante Oficina Formativa. Para isto, identificamos e descrevemos os indícios e evidências dos conhecimentos mobilizados utilizando como ferramenta de análise o modelo teórico MTSK.

Em síntese, a Oficina Formativa tem início com a apresentação do Pesquisador, informações sobre a utilização de recursos audiovisuais para registro Oficina, pedido de assinatura do Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE) e apresentação dos Sujeitos. Apresentado sobre a Oficina Formativa, sua dinâmica e duração, o Pesquisador expõe a meta que pretendemos atingir que no caso é “ensinar divisão de frações de modo diferente: Por meio da Resolução de Problemas”. Com isso o andamento da oficina se dirige em primeiramente conhecer sobre o ensino por meio da Metodologia de Resolução de Problemas e a partir das discussões sobre a Metodologia os episódios foram surgindo e os conhecimentos sendo mobilizados.

Durante a Oficina Formativa os sujeitos não tiveram uma sequência de fala, fazendo com que na organização dos episódios obtivéssemos falas de todos os sujeitos, ou falas dos sujeitos que se manifestaram. Os conhecimentos mobilizados durante a oficina formativa foram identificados com a letra “c”, uma numeração sequencial ambos em negrito para melhor localização, juntamente com o subdomínio do MTSK a qual pertence (**c1**, KoT). Para os indícios de conhecimentos mobilizados utilizamos a mesma codificação, porém com a letra “i” (**i1**, KMT).

Em nossa análise de cada episódio repetimos as falas dos sujeitos, expostas em nossa transcrição, mas com o seguinte formato: *fala do sujeito*.

4.1 Episódio 1- Sobre o Conhecimento para o ensino de Divisão de Frações

Este episódio foi retirado do primeiro dia da Oficina Formativa, após discussões sobre o ensino por meio da metodologia de Resolução de Problemas, partimos para a discussão sobre o ensino de divisão de frações instigado pela pergunta do pesquisador (P) “O que vocês consideram importante, saber, conhecer para ensinar divisão de frações?” (linha 316). Apresentamos no quadro a seguir a transcrição das respostas dos sujeitos.

Quadro 5. Episódio 1 Sobre o Conhecimento para o ensino de Divisão de Frações, retirado do primeiro dia da Oficina Formativa linha 316 a 328 da transcrição.

[316]	P	O que vocês consideram importante, saber, conhecer para ensinar divisão de frações?
[317]	S4	Acho que primeiro de tudo a divisão de frações não existe, é a multiplicação invertida,
[318]		para você fazer a divisão, a divisão da fração em si não existe, a divisão de duas
[319]		frações, o que existe é a multiplicação invertida. Por isso a proporção.
[320]	S1	[...] outra questão é onde ele vai utilizar a divisão de fração no dia a dia.
[323]	S2	Nas horas do dia, o tempo que ele está na escola são frações do dia. Você pega o todo
[324]		do dia e vai dividindo, fracionando, o seu pagamento você vai dividindo para dar até o
[325]		final do mês.
[326]	S1	Se for ver temos que fazer com que ele perceba que tudo é divisão de frações. Porque
[327]		quando coloca assim, não seria uma divisão de fração por outra fração, acaba ficando o
[328]		todo dividido por uma fração. Agora, fração por fração acaba dificultando.

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Após finalizarmos as considerações por parte dos sujeitos o pesquisador insiste e questiona sobre mais contribuições (quadro 6).

Quadro 6. Passagem do pesquisador quanto a primeira pergunta sobre o conhecimento para o ensino de divisão de frações, linha 334 a 337 da transcrição.

[334]	P	Pensando no que vocês colocaram, o professor precisa saber a definição de frações e o
[335]		que é divisão de frações, sua importância o que vai gerar para meu aluno, teria mais
[336]		alguma coisa que eu preciso saber para dar minha aula sobre divisão de frações?
[337]	S4	Não me ocorre agora

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Em uma próxima etapa o Pesquisador expõe a pergunta “como seria o planejamento de vocês para o ensino de divisão de frações?” (linha 340) afim de abstrair mais respostas sobre o assunto.

Quadro 7. Episódio 1 Sobre o Conhecimento para o ensino de Divisão de Frações, retirado do primeiro dia da Oficina Formativa linha 340 a 348

[340]	P	Como seria o planejamento de vocês para o ensino de divisão de frações?
[341]		Eu penso que eu precisaria de um material concreto para trabalhar com eles sobre
[342]	S2	divisão de frações. Não posso chegar do nada e ir falando divisão de frações é isso sem
[343]		mostrar o conceito e o concreto para eles.
[345]	S1	Penso assim, é uma falha minha, muitos materiais poderiam ser construídos por nós,
[346]		junto com os alunos
[347]	S4	É Ausubel puro, ele sempre tem que buscar na mente dele algo concreto e relacionar
[348]		para ele lembrar, porque se ele gravou a experiência concreta ele faz as referencias

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Elaboramos uma síntese com as manifestações dos sujeitos, os conhecimentos mobilizados, sua associação as categorias do MTSK e no que consiste (quadro 8). Em seguida, analisaremos cada conhecimento mobilizado relacionado as falas dos sujeitos com nosso acervo bibliográfico.

Quadro 8. Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisador, referente ao episódio 1

MANIFESTAÇÃO DO SUJEITO	ANÁLISE DO PESQUISADOR		
	Evidência/Índice	Conhecimento...	associado a... que consiste em...
‘a divisão de frações não existe, é uma multiplicação invertida’ (linhas 317 e 318)	KoT (índice 1)	Definições, propriedades e seus fundamentos	um fundamento da operação de divisão de frações: a divisão de frações é um caso particular da multiplicação de frações
‘Nas horas do dia, o tempo que ele está na escola são frações’[...] (linha 323)	KoT (índice 2)	Fenomenologia	um contexto (tempo) em que se pode modelar utilizando frações
‘Você pega o todo do dia e vai dividindo, fracionando . O seu pagamento você vai dividindo para dar até o final do mês’ (linhas 323, 324 e 325) ‘Porque quando coloca assim, não seria uma divisão de fração por outra fração, acaba ficando o todo dividido por uma fração ’ (linhas 326, 327 e 328)	KoT (índice 3)	Fenomenologia	Uma situação associada ao significado de um conceito: interpretação do conceito de divisão de frações como subtração repetida ou medição
“Eu penso que eu precisaria de um material concreto para trabalhar com eles sobre divisão de frações” (linhas 341 e 342) “muitos materiais poderiam ser construídos por nós” (linha 345)	KMT (índice 4)	Recursos materiais e virtuais	recursos para ensinar divisão de frações: material(ais) concreto(s)
não posso chegar do nada e ir falando <i>divisão de frações é isso</i> sem mostrar o conceito e o concreto para eles. (linhas	KMT (evidência 1)	Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos	Um tipo de estratégia de ensino: partir do conceito e do concreto em detrimento

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Quanto ao indício de conhecimento 1 (**i1**, KoT), relacionado a um fundamento da operação de divisão de frações (a divisão de frações é um caso particular da multiplicação de frações), embora ele não tenha sido confirmado entre os sujeitos, entendemos que ele pode dizer respeito e estar relacionado ao “fato de ela [a operação...] não ser considerada axiomáticamente uma operação nos racionais, mas ser tratada como tal na educação básica” (MORIEL JUNIOR, 2014, p. 13).

A divisão de frações é um caso particular de uma das operações (a multiplicação) que confere ao conjunto dos números racionais a estrutura algébrica de corpo. Isto porque para ser uma *operação em um conjunto E não vazio* é preciso ser uma aplicação do tipo $f: E \times E \rightarrow E$. Logo, a adição e a multiplicação são *operações em \mathbb{Q}* ($f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ tal que $f(x, y) = x + y$ ou $x \cdot y$), mas a divisão não é uma *operação no conjunto dos números racionais*, pois é caracterizada como $f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}^* \rightarrow \mathbb{Q}$ tal que $f(x, y) = \frac{x}{y}$. Assim, a divisão de frações só poder ser considerada uma *operação em \mathbb{Q}^** , ou seja, se for definida como tal que (como $f: \mathbb{Q}^* \times \mathbb{Q}^* \rightarrow \mathbb{Q}^*$ tal que $f(x, y) = \frac{x}{y}$). A implicação prática disto é que a *operação de divisão de frações* não pode fornecer a resposta para o cálculo envolvendo zeros, como $0 : \frac{1}{2}$, ou resultar zero, já que isto não está definido pela aplicação. Todavia, enquanto objeto de ensino na educação básica, a divisão é considerada uma operação com restrição de que o denominador não deve ser nulo. (MORIEL JUNIOR, 2014, p. 13).

Quanto ao indício de conhecimento 2 (**i2**, KoT), sobre a fenomenologia de contexto (tempo) em que se pode modelar utilizando frações, os sujeitos não fornecem exemplos claros e por isso classificamos como indício de conhecimento. Ressaltamos que isto pode estar associado também ao KMT no que diz respeito a ideia de ensinar por meio da “*abordagem com problemas contextualizados*” (MORIEL, 2014; HIRATSUKA, 1996), por meio da qual se utiliza situações do cotidiano para abordar o ensino de frações.

O indício de conhecimento 3 (**i3**, KoT) associado a fenomenologia, uma situação associada ao significado de um conceito (FREUDENTHAL, 1983; VASCO; MORIEL; CONTRERAS, 2017). Neste caso, se trata de uma interpretação do conceito de divisão de frações como subtração repetida ou medição). Embora os sujeitos não informem mais detalhes neste episódio, este aspecto da fenomenologia será retomado mais adiante na Oficina.

Fenomenología y aplicaciones comprende el conocimiento de fenómenos o situaciones asociados a los significados de un tema matemático (Freudenthal, 1983). Esta categoría incluye también el conocimiento de los usos y aplicaciones de un tema. (VASCO, MORIEL, CONTRERAS, 2017)

Quanto ao início de conhecimento 4 (i4, KMT) relacionado a *recursos para ensinar divisão de frações: material(ais) concreto(s)*, os sujeitos também mencionam a possibilidade de fazer materiais concretos com suas próprias mãos. Entretanto, o pesquisador ao fim do primeiro dia da Oficina Formativa pede exemplos de alguns recursos e S2 diz “agora ficou difícil” (linha 376). Assim, não se confirma a evidência do conhecimento. A partir da literatura (FLORES, 2008) podemos encontrar exemplos que nos ajudam a pensar em materiais que poderiam ser utilizados, como é o caso da malha quadriculada para o cálculo de área (cf. figura 2).

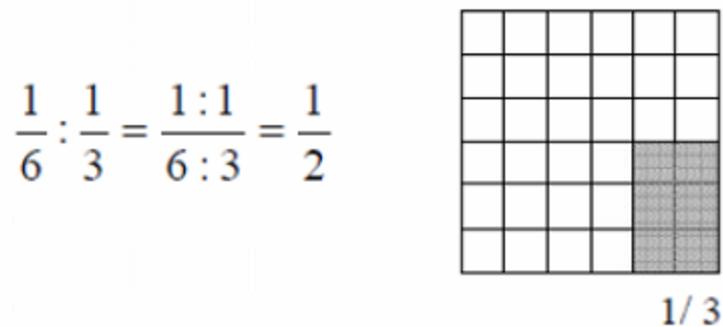


Figura 3. Exemplo de resolução de problema de área de retângulos (FLORES, 2008)

Na evidência de conhecimento 1 (c1, KMT), um tipo de estratégia de ensino (partir do conceito e do concreto em detrimento de apenas falar sobre o conteúdo de divisão de fração), os sujeitos manifestam o cuidado em inserir o conteúdo de divisão de frações para o aluno ‘*não posso chegar do nada e ir falando divisão de frações é isso*’, mencionando a possibilidade e lhe apresentar uma forma ‘mostrar o conceito e o concreto para eles’ referenciando a demonstração sobre divisão de frações aos alunos antes de sistematizar o conteúdo (CARRILLO; ROJAS; FLORES, 2013)

Ao analisarmos a frase de S4 ‘*É Ausubel puro, ele sempre tem que buscar na mente dele algo concreto e relacionar para ele lembrar, porque se ele gravou a experiência concreta ele faz as referências*’ (linhas 347 e 348), o sujeito indica conhecer a teoria de Ausubel (aprendizagem significativa) que se refere à aprendizagem receptiva verbal no qual o aluno relaciona o material as idéias relevantes (AUSUBEL, 1962).

Porém, a manifestação não caracteriza um conhecimento específico e especializado em Matemática, pelo fato de a referida teoria não é específica sobre a aprendizagem de Matemática. Em nossa análise, acreditamos que conhecer esta teoria pode ser relevante para a prática de um professor, mas não se configura como um conhecimento que seja especializado de professores de matemática.

A seguir apresentamos o quadro a seguir contendo a síntese dos conhecimentos mobilizados neste episódio, especificando o sujeito, o conhecimento mobilizado e o subdomínio evidenciado.

Quadro 9. Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 1

EVIDÊNCIA DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
1. Tipo de estratégia de ensino: partir do conceito e do concreto em detrimento de apenas falar sobre o conteúdo de divisão de fração	KMT	S2
INDÍCIOS DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
1. Fundamento da operação de divisão de frações: a divisão de frações é um caso particular da multiplicação de frações	KoT	S4
2. contexto (tempo) em que se pode modelar utilizando frações	KoT	S2
3. situação associada ao significado de um conceito: interpretação do conceito de divisão de frações como subtração repetida ou medição	KoT	S1 e S2
4. recursos para ensinar divisão de frações: material(ais) concreto(s)	KMT	S2

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

4.2 Episódio 2 - Sobre a análise de um problema

Este episódio foi retirado do primeiro dia da Oficina Formativa em que após discussões sobre o ensino de divisão de frações o pesquisador apresenta um exemplo de problema contendo a divisão de um número Racional por um número Inteiro (Linhas 355 e 356) e instiga os sujeitos com a pergunta “Como vocês resolveriam esse exemplo e como vocês abordariam em sala?” (linha 357), logo após a análise dos conhecimentos mobilizados.

Quadro 10. Episódio 2 Sobre a análise de um problema, retirado do primeiro dia da Oficina Formativa linha 354 a 374 da transcrição.

[354]	P	Olhem esse exemplo de divisão de frações:
[355]		Rui tem $\frac{1}{4}$ de um bolo e quer dividi-lo em 6 partes iguais. Que fração do bolo
[356]		representará cada parte que Rui obtiver?
[357]		Como vocês resolveriam esse exemplo e como vocês abordariam em sala?
[358]	S4	Poderia transformar em porcentagem, mas eu iria direto para a fração.
[359]		A resposta seria $\frac{1}{24}$

[360]	P	Como seria a explicação para meu aluno desse exemplo?
[361]	S1	De uma forma mais tradicional, aqui [inicia a escrita cf. figura ao lado] nós temos $\frac{1}{4}$ que vai dividir para 6, que número está aqui em baixo do 6, é o um, então o que vamos
[362]		fazer, uma divisão de frações e como fazemos, multiplicamos a primeira fração pela
[363]		segunda fração invertida.
[364]		E como multiplicamos fração? Multiplica reto então 1×1 e 4×6 que vai dar 1 sobre 24
[365]		que lemos $1/24$.
[366]		Ou se não, isso aqui não está no livro, mas se você fizer assim
[367]		também [cf. figura ao lado], multiplicaria em X, que não está no livro e depois perguntaria qual ele achou mais prático.
[368]	S3	Ou também explicaria os extremos e os meios.
[369]	S1	Quando chega nas frações nos falamos do pedagogo, mas quando chega nas frações eu
[370]		também fico angustiada, quando chega na divisão de frações principalmente parece que
[371]		fica tão vago, parece que falta o concreto(KMT indício) que a S2 colocou, colocamos a
[372]		parte do cálculo na lousa, faz assim, faz daquele jeito, mas parece que falta algo, para
[373]		dar mais significado.

$$\frac{1}{4} : 6 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{4}$$

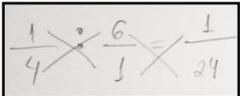
Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Elaboramos uma síntese com as manifestações dos sujeitos, os conhecimentos mobilizados, sua associação as categorias do MTSK e no que consiste (quadro 11.Em seguida, analisaremos cada conhecimento mobilizado relacionado as falas dos sujeitos com nosso acervo bibliográfico.

Quadro 11. Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisador, referente ao episódio 2

MANIFESTAÇÃO DO SUJEITO	ANÁLISE DO PESQUISADOR		
	Evidência/Indício	Conhecimento...	associado a... que consiste em...
Como seria a explicação para meu aluno desse exemplo? (linha 360) 'De uma forma mais tradicional, temos $\frac{1}{4}$ que vai dividir para 6' [...] (linha 361 e 362)	KMT (evidência 2)	Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos	Uma explicação instrucional do tipo <i>dizer a matemática</i> : enunciando o procedimento algorítmico de inverter-e-multiplicar.
'colocamos a parte do cálculo na lousa, faz assim, faz daquele jeito, mas parece que falta algo, para dar mais significado.' (linhas 371, 372 e 372)	KoT (evidência3)	Procedimentos (como se faz)	Algoritmo inverte-e-multiplicar
'multiplicamos a primeira fração pela segunda fração invertida' (linha 363)			

$$\frac{1}{4} : 6 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

'multiplicaria em X' (linha 367) 	KoT (evidência4)	Procedimento (como se faz)	um algoritmode divisão de frações: Produtos cruzados
'explicaria os extremos e os meios' (linha 368)	KoT (indício 5)	Procedimentos (como se faz)	umaregra mnemônica: a regra do sanduíche

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Quanto a evidência de conhecimento 2 (c2, KMT) relacionado a Uma explicação instrucional do tipo *dizer a matemática* (enunciando o procedimento algorítmico de inverter-e-multiplicar), embora durante a Oficina Formativa os sujeitos caracterizam esta explicação como um “metodologia tradicional” evidência seu conhecimento sobre o que chamamos de explicação instrucional (CHARALAMBOUS; HILL; BALL, 2011; MORIEL, 2014).

Termo definido como atividade que inclui “articulações, demonstrações ou arranjos de experiências que professores fazem para comunicar alguma parte da matéria para estudantes e que são explicitamente voltados para apoiar a compreensão do aluno sobre o conteúdo” (CHARALAMBOUS; HILL; BALL, 2011, p. 443, tradução nossa). Em síntese, ela não se restringe a explanações literais e sua função principal é apoiar o estudante na construção de compreensão de um conceito ou procedimento e, portanto, não se trata simplesmente de apresentar o conteúdo. (MORIEL, 2014, p. 24)

Segundo literatura o que o sujeito mobiliza pode ser caracterizado como distribuição por inteiros “[...] distribuição por inteiros por dizer respeito à interpretação da divisão de frações como *distribuição* de valor fracionário entre inteiros, ou seja, em determinar o tamanho de cada uma das partes quando se sabe o número (inteiro) de partes.” (MORIEL, 2017).

Seguindo a evidência de conhecimento 3 (c3, KoT), um procedimento de ensino da divisão de frações (Inverso multiplicativo associado à multiplicação de números racionais) o sujeito apresenta conhecimento do procedimento da divisão de frações utilizando o algoritmo de multiplicar o dividendo pelo inverso do divisor (CONTRERAS, 2012; GARCIA, 2013; MORIEL, 2014) e assim realizar a divisão de frações $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ portanto $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$. Este caso de divisão de frações é chamado de “inverter e multiplicar” (SINICROPE et al, 2012), evidência confirmada quando o sujeito em sua fala registra a resolução do problema.

A evidência do conhecimento 4 (c4, KoT) significa conhecimento do procedimento de divisão de frações por meio do procedimento chamado produtos

cruzados que consiste em multiplicar o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda e multiplicar o denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração (CONTRERAS, 2012).

Quanto ao indício de conhecimento 5 (i5, KoT), sobre uma situação associada ao procedimento de ensino da divisão de frações (regra mnemônica associada a regra do sanduíche), o sujeito somente cita um procedimento ‘*explicaria os extremos e os meios*’(linha 368) porém classificamos como indício, pois em nenhum momento no decorrer da Oficina Formativa os sujeitos retomam a explicação desta regra mnemônica.

A seguir apresentamos o quadro a seguir contendo a síntese dos conhecimentos mobilizados neste episódio, especificando o sujeito, o conhecimento mobilizado e o subdomínio evidenciado.

Quadro 12. Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 2

EVIDÊNCIA DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
2. Uma explicação instrucional do tipo <i>dizer a matemática</i> : enunciando o procedimento algorítmico de inverter-e-multiplicar	KMT	S1
3. Algoritmo inverte-e-multiplicar	KoT	S1
4. Algoritmo de divisão de frações: Produtos cruzados	KoT	S1
INDÍCIOS DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
5. regra mnemônica: a regra do sanduíche	KoT	S3

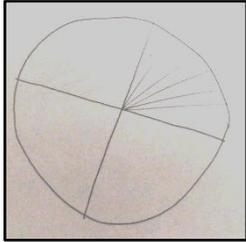
Fonte: Quadro elaborado pelo autor

4.3 Episódio 3 – Retomada do problema

Este episódio foi retirado do segundo dia da Oficina Formativa no início quando o Pesquisador faz uma retomada à análise do problema “Rui tem $\frac{1}{4}$ de um bolo e quer dividi-lo em 6 partes iguais. Que fração do bolo representará cada parte que Rui obtiver?”(episódio 2) e devido manifestação dos sujeitos quanto ao nível adequado do exemplo para seus alunos o pesquisador faz a pergunta ‘você conseguiriam pensar como melhorar este exemplo para utilizar com seus alunos?’ (linha 387), desencadeando durante o episódio outros questionamentos. logo após segue a transcrição do episódio com sua análise dos conhecimentos mobilizados.

Quadro 13. Episódio 3 Retomada do problema, retirado do segundo dia da Atividade Formativa linha 387 a 425 da transcrição.

[387]	P	vocês conseguiriam pensar como melhorar este exemplo [me referindo ao problema <i>Rui tem 1/4 de um bolo e quer dividi-lo em 6 partes iguais. Que fração do bolo representará cada parte que Rui obtiver?</i>] para utilizar com seus alunos?
[388]	S4	Pensando assim, da forma que ele está a única resposta mesmo seria aquela 1/24, da
[389]		forma que está elaborada não tem muito o que discutir
[390]	S2	Porque no caso você representaria uma fração do todo
[391]	S4	O problema tem que ser reformulado, ou pelo menos o questionamento deveria ser
[392]		reformulado. A pergunta tem que remeter-se a colocar, pensar no todos. Da fração que
[393]		Rui obtiver, então o que ele tem, 1/4, então você fazendo você chega no 1/24, mas 1/24
[394]		de que? Dos 4/4, acredito que a pergunta poderia estar remetendo a isso.
[395]	P	Pensando no que você falou seria então eu dizer que o aluno poderia colocar como 1/4
[396]		de um bolo e colocar como uma parte inteira e assim colocar dividido por 6 e ficar 1/6?
[397]		Considerar como ele não sabe que o bolo vale os 4/4 e considerar o 1/4 como inteiro?
[398]	S4	Depende de como eu perguntar, ali [apontando para o exemplo] está claro, da maneira
[399]		que esta ai, acredito que não tem como pensar nas seis partes, até concordo com seu
[400]		pensamento, ele pode pensar que o 1/4 e a parte inteira dele, mas não do bolo, para
[401]		remeter aos 24/24 o questionamento teria que ser outro, ai pensaria nos 24/24 e não no
[402]		4/4, seria metade da metade.
[403]	P	Como vocês explicariam isto para seu aluno?
[404]	S4	Vou ser bem sincero com você, se eu tivesse passado este problema, eu me contentaria
[405]		com aquela resposta [referência a explicação de S1], 1/24, ai pensou na confusão que
[406]		pode acontecer, estamos falando de 1/4 e onde apareceu esse 1/24?
[407]	P	Assim vem o aluno e pergunta, como chegou esse 1/24?
[408]	S4	Por isso o problema da pergunta, eu tenho certeza que vai chegar nessa confusão,
[409]		porque um ou outro aluno vai se atentar para o 1/24, talvez não te pergunte por medo,
[410]		ou preguiça, mas um ou outro vai te perguntar, ai você terá que explicar para não
[411]		atrapalhar mais ainda.
[412]	P	E como poderíamos fazer esta explicação?
[413]	S4	Eu trabalharia com o todo, eu tentaria no sentido dele entender que 4/4 eu vou dividir
[414]		em 6, eu não vou dividir em 6 partes, 6 partes cada um dos 4/4, provavelmente eu iria
[415]		causar mais problemas do que solução, se eu tentasse explicar assim e ele um cara bom,
[416]		tudo bem, mas se ele não tivesse as condições necessárias, nessas situações é muito
[417]		mais fácil o professor colocar 1/24 e pronto. E depois a multiplicação cruzada, ou 4/4
[418]		multiplicado por 1/6, e complicaria tudo a não ser que você apresentasse a
[419]		simplificação, mas no final voltaria ao 1/6, e você como você explicaria?
[420]	P	Eu tentaria igual a S1 e S2, por meio do desenho.

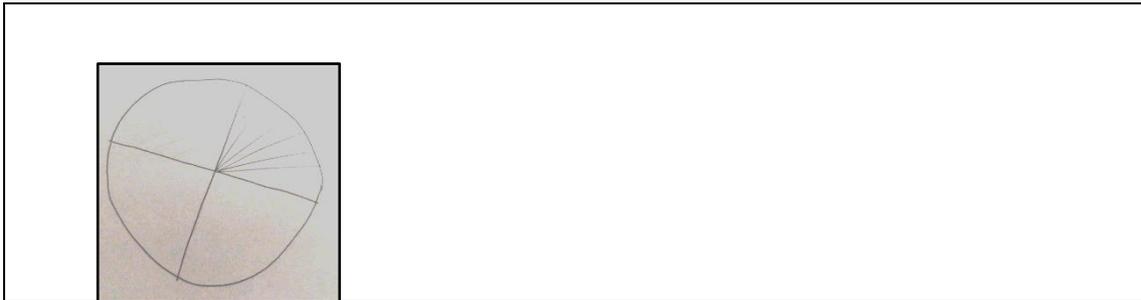
[421]	S4	A sim então você pegaria o desenho, simularia o todo, e assim	
[422]		iria dividindo	
[423]	S2	Eu pensei de uma forma diferente, você pode ter dois entendimentos, o primeiro ele	
[424]		dividiu o $\frac{1}{4}$ do bolo e dividiu em 6 partes, mas está perguntando que fração	
[425]		representará cada parte do bolo então na verdade não seria $\frac{1}{24}$, mas sim $\frac{1}{6}$.	

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Elaboramos uma síntese com as manifestações dos sujeitos, os conhecimentos mobilizados, sua associação as categorias do MTSK e no que consiste (quadro 14). Em seguida, analisaremos cada conhecimento mobilizado relacionado as falas dos sujeitos com nosso acervo bibliográfico.

Quadro 14. Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisador, referente ao episódio 3

MANIFESTAÇÃO DO SUJEITO	ANÁLISE DO PESQUISADOR		
	Evidência/Indício	Conhecimento...	associado a... que consiste em...
<p>Vocês conseguiriam pensar como melhorar este exemplo [me referindo ao problema Rui tem $\frac{1}{4}$ de um bolo e quer dividi-lo em 6 partes iguais. Que fração do bolo representará cada parte que Rui obtiver?] para utilizar com seus alunos?(linha 387)</p> <p>‘Da fração que Rui obtiver, então o que ele tem, $\frac{1}{4}$, então fazendo você chega no $\frac{1}{24}$, mas $\frac{1}{24}$ de que? Dos $\frac{4}{4}$, acredito que a pergunta poderia estar remetendo a isso. [...] (linhas 392, 392 e 394)</p> <p>Ele pode pensar que o $\frac{1}{4}$ é a parte inteira dele, mas não do bolo. Para remeter aos $\frac{24}{24}$ o questionamento teria que ser outro, aí pensaria nos $\frac{24}{24}$ e não no $\frac{4}{4}$. Seria metade da metade.’ (linhas 400, 401 e 402)</p>	KFLM (evidência 5)	Formas de interação com um conteúdo matemático	o questionamento dos alunos quanto ao problema para poder chegar na solução: qual é o todo a ser dividido ($\frac{1}{4}$ ou o bolo todo ($\frac{4}{4}$ ou $\frac{24}{24}$?)
<p>‘eu tentaria no sentido de ele entender que $\frac{4}{4}$ eu vou dividir em 6, eu não vou dividir em 6 partes, 6 partes cada um dos $\frac{4}{4}$’(linhas 413 e 414)</p>	KoT (indício 6)	Procedimento (como se faz)	O procedimento de ensino de divisão de frações: a divisão de frações como partição de um número racional dividido por um número inteiro.
<p>‘pegaria o desenho, simularia o todo, e assim iria dividindo’ (linhas 421, 422)</p>	KMT (evidência 6)	Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos	A estratégia de ensinar divisão de frações via desenho: simulação da parte desejada ($\frac{1}{4}$) dividida pelo que se pede (6).



Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Quanto a evidência de conhecimento 5 (c5, KFLM) relacionado o questionamento dos alunos quanto ao problema para poder chegar na solução, qual é o todo a ser dividido ($1/4$ ou o bolo todo ($4/4$ ou $24/24?$), os sujeitos manifestam o conhecimento com a aprendizagem dos alunos ao lidar com problemas contextualizados, possibilitando o erro na compreensão do problema (MORIEL, 2014; PURITZ, 2005).

Em relação a erros quando estudantes lidam com **problemas contextualizados**, é comum a divisão por ser interpretada como dividir por 2, ou seja, encontrar a *metade de* (PURITZ, 2005). É apontado que os estudantes têm dificuldade em identificar situações de 32 divisão de frações em problemas que envolvem comparação ou área (FLORES, 2013) e que identificam melhor quando os problemas são do tipo medida (CONTRERAS, 2012) (MORIEL, 2014, p. 31-32)

O índice de conhecimento 6 (i6, KoT), sobre o procedimento de ensino de divisão de frações (a divisão de frações como partição de um número racional dividido por um número inteiro), o sujeito relaciona a repartição de uma fração por um número inteiro, porém apresenta somente um índice devido ao fato de não conseguir demonstrar este procedimento com mais clareza, ao analisarmos as falas dos sujeitos subentendemos que o sujeito tenta caracterizar o conhecimento de um número Inteiro dividido por um número Racional ($\mathbb{Z} \div \mathbb{Q}$) (CONTRERAS, 2012; FLORES, 2013; GARCIA, 2013; MORIEL, 2014).

A evidência de conhecimento 6 (c6, KMT), que apresenta uma estratégia de ensinar via desenho (simulação da parte desejada dividida no que se pede), evidência o conhecimento quando o sujeito por meio de um desenho representa a estratégia criada para o ensino de divisão de frações, segundo literatura o que o sujeito apresentou tem um indicativo de abordagem com problemas aritméticos e geométricos, por meio do procedimento de comparação de partes fracionadas e o divisor como unidade principal

(MORIEL, 2014), uma situação de sequência de seis atividades exploratórias, entretanto com o uso do desenho ele estrategicamente demonstra para o aluno a relação da fração e do todo, cabe ressaltar que a literatura alerta que o uso de desenhos e figuras não é tão simples e pode atrapalhar a visualização (LIMA, 1983; SÁ, 2012; ALMOULOURD, 2008).

A seguir apresentamos o quadro a seguir contendo a síntese dos conhecimentos mobilizados neste episódio, especificando o sujeito, o conhecimento mobilizado e o subdomínio evidenciado.

Quadro 15. Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 3

EVIDÊNCIA DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
5.O questionamento dos alunos quanto ao problema para poder chegar na solução: qual é o todo a ser dividido (1/4 ou o bolo todo (4/4 ou 24/24?))	KFLM	S4
6. A estratégia de ensinar divisão de frações via desenho: simulação da parte desejada (1/4)dividida pelo que se pede (6).	KMT	S4
INDÍCIOS DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
6. O procedimento de ensino de divisão de frações: a divisão de frações como partição de um número racional dividido por um número inteiro.	KoT	S4

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

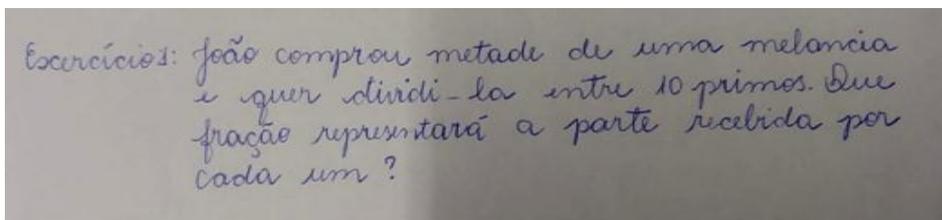
4.4 Episódio 4 - Elaboração de um problema de divisão de frações

Este episódio foi retirado do segundo dia da Oficina Formativa em que após discussões sobre o Problema Rui tem $\frac{1}{4}$ de um bolo e quer dividi-lo em 6 partes iguais. Que fração do bolo representará cada parte que Rui obtiver?“(episódio 2) o Pesquisador retoma sobre o ensino por meio da metodologia de Resolução de Problemas e as suas etapas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) e questiona qual seria a primeira etapa a seguir e os Sujeitos comentam sobre a elaboração do problema e assim desencadeados pela pergunta ‘que turma seria melhor para o trabalho com a RP e divisão de frações? Logo após a análise dos conhecimentos mobilizados.

Quadro16. Episódio 4Elaboração de um problema de divisão de frações, retirado do segundo dia da Atividade Formativa linha 452 a 483 da transcrição.

[452]	P	que turma seria melhor para o trabalho com a RP e divisão de frações? Lembrando que
[453]		esse aluno na RP não passou por esse conteúdo.
[454]	S1	Eu acredito que por ser a divisão de frações, é mais difícil ainda criar.
[455]	S4	Temos que tomar cuidado para não criar mais problema.

- [456] S1 Seria mais para o 7º ano
- [457] P Então para deixar vocês mais à vontade vou sair um pouco
- [458] S1 E se usássemos uma fruta que dê para dividir, uma melancia que geralmente faz as
- [459] partes, laranja é menor, daria até para trazer para o aluno cortar e dividir as partes.
- [460] S4 Uma só? Duas, ou uma dúzia
- [461] S1 Mas para dividir assim direto, pelo menos uma, assim consigo visualizar ele dividindo,
- [462] cortando. Mas assim estamos partindo do todo, uma laranja.
- [463] S4 Se quiser pode por metade ou $\frac{1}{4}$ da laranja.
- [464] S1 Podemos pensar em outra fruta, maior, ou outra coisa,
- [465] S2 Pode ser melancia
- [466] S1 Porque assim não precisa ter uma, ele foi no mercado e pode ter comprado uma parte.
- [467] João comprou metade de uma melancia, porque geralmente vamos no mercado e
- [468] pedimos para cortar a melancia.
- [469] S4 Sempre isso né [risos]
- [470] S2 Não podemos nem colocar $\frac{1}{2}$ no problema, seria bom colocar a palavra metade, e o
- [471] aluno interpretar.
- [472] S1 Ele tem que conseguir perceber que essa “metade” representa uma fração
- [473] S4 Então ele tem metade da melancia e quer...
- [474] S1 Dividir entre primos, irmãos, pensa aí [risos]!
- [475] S4 Metade então tem que dividir por um número par, entre seus seis primos.
- [476] S2 Você está copiando muito do exemplo [risos]
- [477] S4 Então 8? Vamos de 10 primos, então quer dividir entre 10 primos.
- [478] S1 Engraçado que sempre visualizamos o todo, porque mesmo que falamos metade, já
- [479] penso no todo, porque assim, toda fração que você quer que seu aluno perceba é
- [480] simples, aquela parte é somente uma parte do todo, que a fração é parte de um todo.
- [481] S4 [seguindo a escrita do problema] que fração representará cada parte recebida?
- [482] P E aí conseguiram?
- [483] S4



Exercício: João comprou metade de uma melancia e quer dividi-la entre 10 primos. Que fração representará a parte recebida por cada um?

Está aqui:

Elaboramos uma síntese com as manifestações dos sujeitos, os conhecimentos mobilizados, sua associação as categorias do MTSK e no que consiste (quadro17). Em seguida, analisaremos cada conhecimento mobilizado relacionado as falas dos sujeitos com nosso acervo bibliográfico.

Quadro 17. Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisador, referente ao episódio 4

MANIFESTAÇÃO DO SUJEITO Evidência	Conhecimento...	ANÁLISE DO PESQUISADOR associado a...	que consiste em...
'Seria mais para o 7º ano (linha 456)'	KMLS (evidência 7)	Nível de desenvolvimento conceitual esperado Expectativa de aprendizagem	O conteúdo (problema elaborado) de divisão de frações ser ensinado no 7º ano do Ensino Fundamental
'E se usássemos uma fruta que dê para dividir' (linha 458)	KMT (indício7)	Estratégia, técnicas, tarefas e exemplos	Uma abordagem de explicação instrucional baseada no uso de material manipulativo real para o aluno: dividir uma fruta.
'sempre visualizamos o todo, porque mesmo que falamos metade, já penso no todo, porque assim, toda fração que você quer que seu aluno perceba é simples, aquela parte é somente uma parte do todo, que a fração é parte de um todo.' (linhas 478-480)	KMLS (evidência 8)	Expectativas de aprendizagem	uma situação que espera que o aluno compreenda o que está descrito no problema: interpretação sobre partição da divisão de frações.
'não precisa ter uma[se referindo a uma fruta inteira], ele foi no mercado e pode ter comprado uma parte.' (linha 466)	KMT (evidência 9)	Teoria de aprendizagem	Uma condição para a elaboração de um bom problema

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Na evidência de conhecimento 6 (c6, KMLS), sobre o nível de desenvolvimento conceitual esperado, o conteúdo (problema elaborado) de divisão de frações ser ensinado no 7º ano do Ensino Fundamental corresponde ao conhecimento do sujeito em determinar que nível o problema elaborado será melhor desenvolvido pelos alunos, possibilitando assim um melhor entendimento quanto ao solicitado no problema e sua resolução.

Quanto ao indício de conhecimento 7 (i7, KMT), referente a uma estratégia de elaboração do problema (uso de algo real para o aluno), uma abordagem de ensino no qual o uso algo conhecido (fruta) para fazer a ligação entre o que se pretende ensinar (divisão de frações) com o objeto selecionado. Vale ressaltar que os sujeitos em mais nenhum momento na Oficina Formativa fazem alguma demonstração de como utilizar esta estratégia para o ensino, assim não caracterizando este conhecimento como uma evidência.

Sobre a evidência de conhecimento 7 (c7, KMLS), quanto as expectativas de aprendizagem relacionado a uma situação que espera que o aluno compreenda o que está descrito no problema (interpretação sobre partição da divisão de frações), o sujeito

ao mobiliza o conhecimento do que podemos caracterizar, segundo literatura, como uma comparação de grandezas(NILLAS, 2003; SINICROPE,et al, 2002).

Quanto a evidência de conhecimento 9 (c9, KMT) Uma condição para a elaboração de um bom problema Vale ressaltar quando S1 diz *‘não precisa ter uma[se referindo a uma fruto inteira], ele foi no mercado e pode ter comprado uma parte.’* (linha 466), quando é utilizado o “mercado” para expressar a possibilidade de compra de algum produto, o sujeito manifesta conhecer sobre a elaboração de um bom problema, “Ser real” (DANTE,1998), conhecendo sobre a teoria de aprendizagem de Resolução de Problemas, sendo o mencionado um dos critérios mencionado por Dante (1998).

- Ser desafiador para o aluno;
- Ser real;
- Ser interessante;
- Ser o elemento de um problema realmente desconhecido;
- Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas;
- Ter um nível adequado de dificuldade;

A seguir apresentamos o quadro a seguir contendo a síntese dos conhecimentos mobilizados neste episódio, especificando o sujeito, o conhecimento mobilizado e o subdomínio evidenciado.

Quadro 18. Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 4

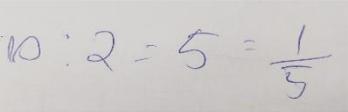
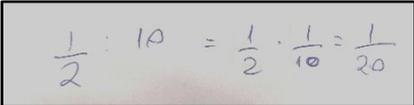
EVIDÊNCIA DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
7.O conteúdo (problema elaborado) de divisão de frações ser ensinado no 7º ano do Ensino Fundamental.	KMT	S1
8.Situação que espera que o aluno compreenda o que está descrito no problema: interpretação sobre partição da divisão de frações.	KMLS	S1
9.Uma condição para a elaboração de um bom problema.	KMT	S1
INDÍCIOS DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
7. Uma abordagem de explicação instrucional baseada no uso de material manipulativo real para o aluno: dividir uma fruta.	KMLS	S1

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

4.5 Episódio 5–Sobre o problema elaborado pelos sujeitos e as etapas da Resolução de Problemas

Este episódio foi retirado do segundo dia da oficina Formativa em que o grupo realizou a elaboração do problema “*João comprou metade de uma melancia e quer dividi-la entre 10 primos. Que fração representará a parte recebida por cada um?*” Em seguida, Pesquisador fez referências às etapas do ensino por meio da Resolução de problemas com a pergunta ‘Vamos para as etapas da RP, qual seria agora a postura do professor para esse trabalho? (linha 501), logo após a análise dos conhecimentos mobilizados.

Quadro 19. Episódio 5 Sobre o problema e as etapas da Resolução de Problemas, retirado do segundo dia da Atividade Formativa linha 501 a 555 da transcrição.

[501]	P	‘Vamos para as etapas da RP, qual seria agora a postura do professor para esse trabalho?’
[502]	S4	Entregaria uma cópia, ou escreveria na lousa, fazer uma leitura.
[503]	P	E aí depois o que vocês esperam de resposta dos seus alunos?
[504]	S1	Primeiramente eu gostaria que ele percebesse que metade significa $1/2$, uma fração.
[505]	S4	Pode aparecer $1/5$ ou até 5
[506]	S2	Pode aparecer 5, como se fosse 5 dividido por 10 aí ele inverte e fazer 10 dividido por
[507]		5. Também pode ser $1/10$, ele pensar, dividir entre 10 primos e cada um recebeu uma
[508]		parte, então $1/10$, como se a melancia fosse o total, um inteiro.
[509]	P	S4 você falou $1/5$, por quê esta resposta?
[510]	S4	Porque geralmente ele faz o inverso, e dividiria 10 por 2 e assim ficaria 2 e como
[511]		estamos falando de frações, ele inverte. (imagem), porque como sempre estamos falando
[512]		de inverso, ele acaba invertendo tudo. Geralmente em quando tem as alternativas
[513]		provavelmente apareceria $1/5$ aí o aluno na hora marca!
		
[514]	P	E a resposta certa? Como ele chegaria na resposta?
[515]	S4	Ai seria pelo inverter e multiplicar 
[516]	S1	Mas como acredito que ele não sabe ainda como inverter e multiplicar, provavelmente
[517]		ele vai desenhar.
[518]	S4	Se for aplicar em um 7º ano provavelmente ele já viu isto no 6º ano, então ficaria assim
[519]		$1/2$ dividido por 10, que na verdade ele vai se lembrar que é a primeira multiplicado pelo
[520]		inverso da segunda que ficaria $1/20$, uma boa parte dos alunos faria isso.
[521]	P	E aquele aluno que não lembrou?
[522]	S1	Ele teria desenhado, e mostrar que a fração sempre remete ao todo, mesmo sem ele ter

[523] esses conceitos ele vai visualizar, mesmo de forma intuitiva ele vai apresentar os
[524] conceitos de fração e assim conseguir resolver.

S2

*João tinha apenas a metade de uma melancia = $\frac{1}{2}$
Ele precisa dividir igualmente entre seus primos:*

[525]

$$\frac{\frac{1}{2}}{2} : \frac{10}{1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$$

Estou aqui registrando como poderia ser a resposta.

[526] S2 Por exemplo, quando temos $3/2$, eles provavelmente terão dificuldades para assimilar,
[527] mas se falar eu tenho 3 reais e vou dividir em duas pessoas, a hora eles dão a resposta,
[528] falta uma contextualização pra eles.

[529] P Bom seguindo, S1 como poderia ser o registro em desenho?

[530] S1 Ele pegaria o meio e dividiria em 10 partes, mas também ele olharia o todo e também
[531] dividiria a segunda metade em 10 partes e assim uma parte seria $1/20$ do todo.

[532] p Então ele conseguiria chegar em uma resposta sem conhecer o processo de divisão de
[533] frações.

[534] S1 Nós pensamos que ele responderia $1/10$, porque ele estaria pensando somente na metade

[535] P Bom depois que trabalhamos com os alunos, os resultados, a plenária, vamos para a
[536] última etapa da RP, que seria a formalização do conteúdo, como vocês formalizariam
[537] este conteúdo para os alunos, esta sistematização? Com base nas possíveis respostas que
[538] vocês colocaram. Ou se encerraria na plenária?

[539] S4 Eu explicaria com os algoritmos, representaria o $1/2$ dividido por 10 e assim falaria sobre
[540] a multiplicação inversa, então $1/2$ multiplicado por $1/10$ e assim iria. (imagem)



[541] P Você considera que esta seria a melhor maneira de explicar?

[542] S4 Isto que estou te falando, não digo que seria a melhor maneira, mas é o que me ocorreria
[543] para explicar

[544] S1 No momento seria a melhor maneira mesmo

[545] S4 Eu não tenho nenhuma maneira agora para explicar, talvez não consiga alcançar a todos,
[546] o que poderia é por meio das diversas formas que eles resolveram, eu utilizar para
[547] explicar, porque muitas vezes aprendemos mais do que ensinamos, fico muito atento as
[548] abordagens deles. Você teria outra abordagem que você poderia nos passar? Porque eu
[549] não tenho nenhuma outra maneira.

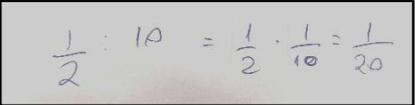
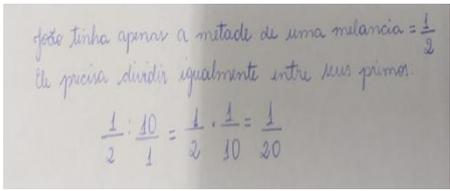
[550] P S2 nos falou anteriormente sobre os recursos, teria talvez algum recurso que poderíamos
[551] utilizar neste problema?

[552] S2 Pode até ter, mas eu não consigo imaginar agora qual. Poderia trabalhar bem a
[553] interpretação

[554] S4 Por isso que fiquei bem atento às etapas de leitura individual e leitura coletiva, é muito
[555] importante.

Elaboramos uma síntese com as manifestações dos sujeitos, os conhecimentos mobilizados, sua associação as categorias do MTSK e no que consiste (quadro 20). Em seguida, analisaremos cada conhecimento mobilizado relacionado as falas dos sujeitos com nosso acervo bibliográfico.

Quadro 20. Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisador, referente ao episódio 5

MANIFESTAÇÃO DO SUJEITO	ANÁLISE DO PESQUISADOR		
	Conhecimento...	associado a...	que consiste em...
<p>‘Pode aparecer 5, como se fosse 5 dividido por 10 aí ele inverte e fazer 10 dividido por 5. Também pode ser 1/10, ele pensar, dividir entre 10 primos e cada um recebeu uma parte, então 1/10, como se a melancia fosse o total, um inteiro.’ (linhas 506-508)</p> <p>‘geralmente ele faz o inverso, e dividiria 10 por 2 e assim ficaria 5 e como estamos falando de frações, ele inverte.’ (linhas 510 e 511)</p>	KFLM (evidência 10)	Fortalezas e dificuldades	possíveis erros dos alunos ao realizar a divisão de frações: interpretação errônea sobre inverter e multiplicar.
<p>Ai seria pelo inverter e multiplicar (linha 515)</p>  <p>então ficaria assim 1/2 dividido por 10, que na verdade ele vai se lembrar que é a primeira multiplicado pelo inverso da segunda que ficaria 1/20 (linhas 518 – 520)</p>	KMT (evidência 11)	Estratégia	uma estratégia para a compreensão do problema sobre divisão de frações: abordagem de ensino com a explicação instrucional
<p>Eu explicaria com os algoritmos, representaria o 1/2 dividido por 10 e assim falaria sobre a multiplicação inversa, então 1/2 multiplicado por 1/10 e assim iria. (linhas 539 e 540)</p>	KoT (evidência 12)	Procedimento (Como fazer)	algoritmo de divisão de frações: inverter e multiplicar
<p>‘Entregaria uma cópia [do problema elaborado], ou escreveria na lousa, fazer uma leitura.’ (linha 502)</p> <p>Estou aqui registrando como poderia ser a resposta. (525)</p> 	KMT (evidência 13)	Teoria de aprendizagem	Etapas da condução via metodologia de Resolução de Problemas

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Quanto a evidência de conhecimento 9 (c10, KFLM), relacionado a fortalezas e dificuldades, os possíveis erros dos alunos ao realizar a divisão de frações (interpretação

errônea sobre inverter e multiplicar), os sujeitos mencionam dois erros comuns dos alunos ao realizarem o cálculo de divisão de frações, na literatura é o que chamamos de erros de base algorítmica (ÖZEL,2013; TIROSH, 2000). Quando lidamos com problemas contextualizados um dos erros comuns dos alunos é a divisão por $\frac{1}{2}$ ser considerada uma divisão por 2, nos problemas identificado como “metade de” (PURITZ, 2005).

A evidência de conhecimento 10 (c11, KMT), sobre uma estratégia para a compreensão do problema sobre divisão de frações (abordagem de ensino com a explicação instrucional) o sujeito apresenta mais uma vez ter o conhecimento sobre o ensino por meio da explicação instrucional (analisado no episódio 2 na evidência de conhecimento 4), realizando também uma relação ao conhecimento dos tópicos na evidência de conhecimento 3(c3, KoT) referente ao procedimento de como fazer a divisão de frações via “inverter e multiplicar” (analisado no episódio 2, evidência de conhecimento 3).

Quanto a evidência de conhecimento 11 (c11, KMT), relacionada a uma estratégia de ensinar via desenho (simulação da parte desejada dividida no que se pede), os sujeitos questionam a possibilidade do aluno realizar a resolução do problema por meio do procedimento de “inverter e multiplicar” e novamente retomam que possivelmente a estratégia de resolução seria via desenho ‘Ele teria desenhado, e mostrar que a fração sempre remete ao todo, mesmo sem ele ter esses conceitos ele vai visualizar’ (linhas 522 e 523), podendo assim segundo os sujeitos melhorar a interpretação (analisado anteriormente no episódio 3, evidência de conhecimento 5).

Quanto a evidencia de conhecimento 12 (c12, KMT), Uma etapa da condução via metodologia de Resolução de Problemas, quando S4 diz *‘Entregaria uma cópia [do problema elaborado], ou escreveria na lousa, fazer uma leitura.’* (linha 502) e quando S2 realiza o registro de uma possível resposta do aluno, demonstra que para a elaboração deste problema o seu planejamento e tem o conhecimento sobre as etapas da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), principalmente no que se refere a etapa 2, 3 (leitura individual e leitura coletiva) e 6 (registro das resolução).

2) *Leitura individual* – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

3) *Leitura em conjunto* – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.

- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

6) *Registro das resoluções na lousa* – Representantes de grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam. (ONUChic; ALLEVATO, 2011, p.83-84)

A seguir apresentamos o quadro a seguir contendo a síntese dos conhecimentos mobilizados neste episódio, especificando o sujeito, o conhecimento mobilizado e o subdomínio evidenciado.

Quadro 21. Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 5

EVIDÊNCIA DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
10. possíveis erros dos alunos ao realizar a divisão de frações: interpretação errônea sobre inverter e multiplicar.	KoT	S2 e S4
11. uma estratégia para a compreensão do problema sobre divisão de frações: abordagem de ensino com a explicação instrucional	KMT	S4
12. algoritmo de divisão de frações: inverter e multiplicar	KoT	S4
13. Etapas da condução via metodologia de Resolução de Problemas	KMT	S2 e S4

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

4.6 Episódio 6 - Planejamento de aula sobre divisão de frações usando a metodologia de resolução de problemas

Este episódio foi retirado do segundo dia da Oficina Formativa em que após discussões referentes ao conteúdo de divisão de frações e metodologia de resolução de problemas, partimos para a realização de nossa meta inicial, a elaboração de uma aula em que contemplasse o que trabalhamos nos dois dias de Oficina Formativa, assim a partir da fala do pesquisador *‘Depois que nos vimos sobre a Resolução de problemas, os tipos de interpretações de divisão de frações, vamos pensar no planejamento e ensino de divisões de frações, que tipo de problema vocês elaborariam?’*(linhas 760 – 762), os sujeitos pensaram em todo o processo até o momento e chegaram ao final. Em seguida a análise dos conhecimentos mobilizado.

Quadro 22: Episódio 6 -Planejamento de aula sobre divisão de frações usando a metodologia de resolução de problemas, retirado do segundo dia da Atividade Formativa linha 760 a 794 da transcrição.

[760] P Depois que nos vimos sobre a Resolução de problemas, os tipos de interpretações de
[761] divisão de frações, vamos pensar no planejamento e ensino de divisões de frações, que
[762] tipo de problema vocês elaborariam?

[763] S4 Vamos pensar na proporção! Vamos usar o mesmo problema ou elaborar outro?

[764] S1 Vamos fazer outro!

[765] S1 A ideia é mais ou menos assim: se nós tivermos, 100ml e quero dividir em copos de
[766] 250ml, depois passamos para a fração. Então temos $\frac{3}{4}$ de um litro e vou separar em
[767] copinhos de $\frac{1}{4}$ (como de 250ml), porque assim já pensaria na sistematização, a pergunta
[768] seria, quantos copos de $\frac{1}{4}$ seria possível encher com o $\frac{3}{4}$ de litro de leite?

[769] S4 Muito bom agora so montar o problema

[770] S2 aqui o problema

[771]

Em uma caixa de leite de 1 litro, restam $\frac{3}{4}$ de seu conteúdo. Sabendo que serão servidos copos com capacidade de $\frac{1}{4}$ de litro, quantos copos serão possíveis encher?

[772] S1 Não seria legal trabalhar de início com os ml, seria uma forma de sistematizar, seria
[773] mais para fazer a demonstração, porque no dia a dia não temos as frações no litro de
[774] leite, mais sim os ml.

[775] S4 porque a fração é parte disso, você pede meio quilo de carne, meio litro de alguma coisa,
[776] isso tudo corresponde a fração.

[777] P é muito bom quando vocês pensam em criar várias situações com uma situação
[778] problema, porque imagine para cada coisa um criar um.

[779] S1 mesmo que você não fale vai ter algum aluno que vai utilizar os ml

[780] P isso é legal porque assim tem um caminho para sua sistematização

[781] S1 essa situação é muito interessante, o porquê inverter e multiplicar, nós não damos muita
[782] importância a divisão de frações, muitas vezes trabalhamos ela em outros conteúdos.

[783] S4 Mas é o que está nos descritores, as frações e seus significados

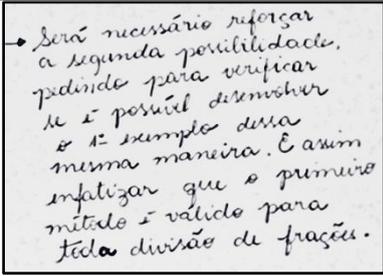
[784] S2 vamos pensar nas possibilidades de respostas, aqui as possibilidades:

[785]

Possibilidades:
① $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{1} = \frac{12}{4} = 3$
② $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{3}{1} = 3$
③ Outra que $\frac{3}{4} \text{ l} = 750 \text{ ml}$
 $\frac{1}{4} \text{ l} = 250 \text{ ml}$

[786] P com está asrespostas que vocês pretendem superar com seus alunos?

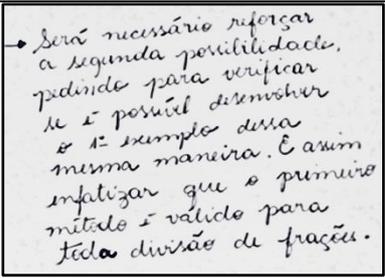
[787] S2 acredito que seria isso:

[788]	
[789]	P e quanto a sistematização?
[790]	S1 quando chegar na hora de sistematizar, vamos mostrar que a segunda possibilidade é
[791]	possível, porém mostrar pra ele se no exemplo anterior seria possível resolver. Muitas
[792]	vezes a gente também nem dá a oportunidade do aluno se manifestar
[793]	P será porque estamos trabalhando o inverso dessa metodologia?
[794]	S1 É, com essa metodologia eu dou oportunidades para o aluno.

Elaboramos uma síntese com as manifestações dos sujeitos, os conhecimentos mobilizados, sua associação as categorias do MTSK e no que consiste (quadro 23). Em seguida, analisaremos cada conhecimento mobilizado relacionado as falas dos sujeitos com nosso acervo bibliográfico.

Quadro 23. Manifestações dos sujeitos e análise do pesquisador, referente ao episódio 6

MANIFESTAÇÃO DO SUJEITO	ANÁLISE DO PESQUISADOR		
	Conhecimento...	associado a...	que consiste em...
<p>‘aqui o problema’ (Linha 770 e 771)</p>	KMT (evidência 14)	Teoria de aprendizagem	Elaborar um problema que contemple o que é um bom problema
<p>‘vamos pensar nas possibilidades de respostas’</p> <p>‘com está as respostas que vocês pretendem superar com seus alunos? acredito que seria isso:</p>	KMT (evidência 15)	Teoria de aprendizagem	Etapas da condução via metodologia de Resolução de Problemas

			
<p>‘vamos mostrar que a segunda possibilidade é possível, porém mostrar pra ele se no exemplo anterior seria possível resolver. Muitas vezes a gente também nem dá a oportunidade do aluno se manifestar’</p> <p>(Linhas 784 – 792)</p>			

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Quanto a evidência de conhecimento 13 (c13, KMT) Elaborar um problemas que contemple o que é um bom problema, vale ressaltar quando S2em conjunto com os demais sujeitos apresenta o problema elaborado e assim os sujeitos manifestam conhecer sobre a elaboração de um bom problema (DANTE,1998), conhecendo sobre a teoria de aprendizagem de Resolução de Problemas, sendo o mencionado um dos critérios mencionado por Dante (1998).

- Ser desafiador para o aluno;
- Ser real;
- Ser interessante;
- Ser o elemento de um problema realmente desconhecido;
- Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas;

- Ter um nível adequado de dificuldade;

Abordam que os objetivos para que o professor trabalhe com a metodologia de Resolução de Problemas (DANTE, 1998) seja:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- Dar o aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática;
- Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;

- Dar uma boa base Matemática às pessoas.

Quanto a evidencia de conhecimento 15 (c12, KMT), Etapas da condução via metodologia de Resolução de Problemas, os sujeitos demonstram que para a elaboração deste problema o seu planejamento e tem o conhecimento sobre as etapas da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

1) *Preparação do problema* - Seleccionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, de modo que sua resolução dependa de um conteúdo matemático que ainda não foi trabalhado em sala de aula.

2) *Leitura individual* – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

3) *Leitura em conjunto* – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

4) *Resolução do problema* – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo, considerando os alunos como coconstrutores da *Matemática nova* que se pretende abordar. O problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

5) *Observar e Incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

- professor incentiva os alunos a usarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como incentivador e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem Matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6) *Registro das resoluções na lousa* – Representantes de grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7) *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se

coloca como guia e mediador das dificuldades, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8) *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) *Formalização do conteúdo* – Nesse momento, denominado *formalização*, o professor registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem Matemática - padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUChic; ALLEVATO, 2011, p.83-84)

A seguir apresentamos o quadro a seguir contendo a síntese dos conhecimentos mobilizados neste episódio, especificando o sujeito, o conhecimento mobilizado e o subdomínio evidenciado.

Quadro 24. Síntese dos conhecimentos mobilizados no episódio 6

EVIDÊNCIA DE CONHECIMENTO DE ...	SUBDOMÍNIO MTSK	SUJEITOS
14. Elaborar um problema que contemple o que é um bom problema	KMT	S2
15. Etapas da condução via metodologia de Resolução de Problemas	KMT	S1 e S2

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção desta pesquisa com foco no conhecimento de professores de Matemática mobilizados em um contexto de Oficina Formativa nos remetem a voltar em nossa questão norteadora “*Que conhecimentos especializados professores de Matemática mobilizam em um contexto de planejamento de ensino de divisão de frações por meio da Resolução de Problemas?*” e com base nos nossos resultados podemos sim responder esta pergunta, pois em todo andamento desta pesquisa os sujeitos manifestaram conhecimentos especializados quanto ao domínio matemático, quanto ao domínio didático.

Em relação à caracterização dos conhecimentos especializados no domínio matemático mobilizados por professores de Matemática em um contexto planejamento de ensino de divisões de frações por meio da Resolução de problemas, temos como resultados que durante a Oficina Formativa, os sujeitos mobilizaram conhecimentos especializados relevantes.

Caracterizamos que em todo percurso os sujeitos mobilizaram em sua maioria o conhecimento dos tópicos, em relação ao procedimento de “como fazer” e o que nos preocupou em nossa análise a ausência do conhecimento das estruturas da matemática (KSM), situação muito parecida com algumas categorias do conhecimento da prática matemática (KPM).

Caracterizamos os conhecimentos especializados no domínio didático do conteúdo mobilizados por professores de Matemática em um contexto planejamento de ensino de divisões de frações por meio da Resolução de problemas, temos como resultados uma mobilização maior dos conhecimentos referente ao domínio didático do conteúdo, principalmente em relação ao conhecimento das características de aprendizagem da matemática (KFLM), no qual foi mobilizado as categorias sobre as fortalezas e dificuldades, formas de interação com o conteúdo matemático e interesses e expectativas. Em relação as conhecimento do ensino de matemática (KMT) em nossa análise percebemos que a metodologia de resolução de problema foi inserida na elaboração do plano de aula (teorias de ensino), sendo manifestado o uso de recursos materiais e estratégias, técnicas tarefas e exemplo para o ensino do conteúdo de divisão de frações.

Com a pesquisa acreditamos que os dados coletados e analisados subsidiarão ao leitor dados sobre o conhecimento especializado de professores de Matemática para o

ensino de divisão de frações usando a metodologia de Resolução de Problemas, bem como o modelo de Oficina Formativa que para além da coleta de dados, fortalece o estreitamento entre o pesquisador e os sujeitos e possibilita a formação continuada e o crescimento de todos envolvidos (pesquisador, professores, alunos e escola). Implicará diretamente em um conjunto de subsídios sobre os desafios da formação inicial e continuada, na construção de conhecimentos específicos e também especializados para ensinar (metodologia de resolução de problemas).

Durante o processo na pesquisa conseguimos avançamos no ponto de analisar e caracterizar os conhecimentos dos sujeitos, mesmo que esta pesquisa tenha a fragilidade, causada pela falta de tempo, quanto os indícios de conhecimentos apresentados seria necessário em uma próxima etapa realizar entrevistas com os sujeitos para assim confirmar os indícios ou possibilitar que mais evidências dos conhecimentos sejam confirmados. Cabe ressaltar que esta pesquisa não se encerra por aqui, tendo como continuação realizar estas entrevistas e a publicação de artigos.

Devido a atual função deste pesquisador (professor formador da área de matemática do CEFAPRO) possibilita que ao final desta pesquisa uma proposta de formação continuada seja encaminhada para a gestão do CEFAPRO e com isso:

- Reuniões com os demais formadores do CEFAPRO (apresentação desta pesquisa e proposta de formação)
- Reuniões com a Superintendência de Formação da Secretária de Educação com o propósito de dar um encaminhamento na formação do professor de matemática, tendo em vistas os resultados desta pesquisa.
- Possibilitar um melhor entendimento quanto ao planejamento das formações da área da matemática, visando a utilização do Modelo Teórico MTSK como referência nos planejamentos.
- Implementar a Metodologia de Ensino da Resolução de Problemas como metodologia de formação para os professores da rede estadual.

Um ponto importante a colocar é quanto o discurso que é necessário que as políticas de educação sejam voltadas para um conhecimento específico e especializado de professores de matemática é necessário um olhar mais cuidadoso sobre o uso das horas atividade dos professores e maximizar a formação voltada para a área de atuação, acreditamos que quanto maior o conhecimento, melhor será a atuação deste professor.

Esta pesquisa é um embrião para as oportunidades que estão a surgir, acreditamos que acima de tudo dito até o momento, precisamos sempre apresentar que a educação não se faz com notório saber, como implantado em alguns estados do Brasil, mas sim com conhecimento específico e especializado, ou seja, é necessário um olhar mais minucioso sobre a formação inicial, continuada e contínua.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. A subsumption theory of meaningful verbal learning and retention. *The Journal of General Psychology*, 1962, 66, 213-244.

AValiação diagnóstica do ensino público estadual de Mato Grosso, *Revista Pedagógica – Matemática 6º e 8º anos do Ensino Fundamental*. Mato Grosso, 2016. Disponível em <http://www.adepeMT.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/08/MT-ADEPE-2016-RP-MT-6EF_8EF.pdf>

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of teacher education*, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. - Características da investigação qualitativa. In: *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Porto Editora, 1994. p.47-51.

BRANCA, Nicholas A. Resolução de Problemas como meta, processos e habilidade básica. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. *A resolução de problemas na Matemática escolar*. Tradução de Hygino Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 5-11.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática: 3º e 4º ciclos*. Brasília, DF: MEC, 1998.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs). *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar*. São Paulo: Atual, 1997, p. 32-48.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L. C.; MONTES, M. Á.; ESCUDERO, D.; MEDRANO, E. F. Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas. Huelva: Universidad Huelva Publicaciones, 2014. 93p.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L. C.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C. Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. In: UBUZ, B.; HASER, C. et al. (Ed.). *VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)*. 8. Antalya, Turkey: Middle East Technical University, Ankara, v., 2013. p. 2985-2994. Disponível em: <http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/Wg17_Climent.pdf>.

CARVALHO, A. M. P. D. O uso do vídeo na tomada de dados: pesquisando o desenvolvimento do ensino em sala de aula. *Pro-Posições*, v. 7, n. 19, p. 5-13, 1996. Disponível em: <http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/~proposicoes/textos/19_artigo_carvalhoamp.pdf>

CONTRERAS, L.C.; CARRILLO, J. Diversas concepciones sobre resolución de problemas en el aula. *Educación Matemática*, v.10, n.1, 26-37, 1998.

CONTRERAS, M. Problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones: un estudio sobre su enseñanza y aprendizaje. 2012. 374 Tese (Doutorado). Departament de Didàctica de les Matemàtiques, Universitat de València, València. Disponible en: <<http://roderic.uv.es/bitstream/handle/10550/27397/Tesis%20de%20Mauricio%20Contreras.pdf?sequence=1>>.

DANTE, L. R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. 2ª ed. Ática, São Paulo, 1998.

DANTE, L. R. Criatividade e Resolução de Problemas na prática educativa Matemática. 1988. Tese de Livre Docência. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

ESCUADERO-DOMÍNGUEZ, A., JOGLAR, N., CORRÊA, D. Y REYES, A. (2016). Retrospectiva de las investigaciones sobre conocimiento especializado del profesor de Matemática. En J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes (Eds.), Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de La Matemática de La Universidad de Huelva (pp. 69-86). Huelva: CGSE.

ESCUADERO, D. I.; FLORES, E.; CARRILLO, J. El Conocimiento Especializado Del Profesor de Matemáticas. In: XV Escuela de Invierno en Matemática Educativa, 15 ed., 2012, México. Anais... Mexico, 2012. p. 35-42. Disponible en: <http://www.researchgate.net/publication/235932712_EL_CONOCIMIENTO_ESPECIALIZADO_DEL_PROFESOR_DE_MATEMATICAS/file/60b7d5146f8483ba10.pdf>.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigación em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FLICK, U. Uma introdução à pesquisa qualitativa. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

FLORES-MEDRANO, E., SOSA, L., RIBEIRO, C.M. (2016). Tránsito Del MKT al MTSK. En J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes (Eds.), Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de La Matemática de La Universidad de Huelva (pp.7-11). Huelva: CGSE.

FLORES, P. El algoritmo de la división de fracciones. Epsilon, v. 25, n. 70, p. 27-40, 2008.

FLORES, P. ¿Por qué multiplicar en cruz? Formación inicial de profesores de Primaria, en el área de Matemáticas. In: VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática., 7., 2013, Montevideo. Anais... Montevideo, 2013. p. 1-17.

FLORES, E.; ESCUDERO, D. I.; CARRILLO, J. A theoretical review of specialised content Knowledge. In: UBUZ, B.; HASER, C. et al. (Ed.). VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8). 8. Antalya, Turkey: Middle East Technical University, Ankara, v., 2013. p. 3055-3064. Disponible en: <http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/WG17_Escudero.pdf>.

GARCÍA, A. I. M. Conocimiento profesional de un grupo de profesores sobre la división de fracciones. 2013. 72 p. Dissertação (Mestrado). Universidad de Granada, Granada. Disponible em: <http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Ana_M%C3%A1rquez.pdf>.

GATTI, B. A. Educação, escola e formação de professores: políticas e impasses. *Educar em Revista*, Curitiba, n. 50, p. 51-67, out/dez. 2013. Disponible em: <<http://www.scielo.br/pdf/er/n50/n50a05.pdf>>.

GREEN, M.; PIEL, J. A.; FLOWERS, C. Reversing Education Majors' Arithmetic Misconceptions with Short-Term Instruction Using Manipulatives. *Journal of Educational Research*, v. 101, n. 4, p. 234-242, 2008. Disponible em: <<http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.3200/JOER.101.4.234-242>>.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2011. Brasília. Disponible em <<http://portal.inep.gov.br/>> Acessado em 09/12/2016

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B. Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington, DC: National Academies Press, 2001. Disponible em: <<http://www.sjsd.k12.mo.us/cms/lib3/MO01001773/Centricity/Domain/872/Adding%20it%20Up.pdf>>.

LIMA, SIMONE MARQUES (2017). Práticas pedagógicas de professores no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental e a resolução de problemas. 2017. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), Marília, SP.

LIÑAN, M.M., CONTRERAS, L.C., BARRERA, V. (2016). Conocimiento de los Temas (KoT). En J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes (Eds.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor*. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva (pp. 12 -20). Huelva: CGSE.

MONTES, M. A.; AGUILAR, A.; CARRILLO, J.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C. MTSK: from common and horizon knowledge to knowledge of topics and structures. In: UBUZ, B.; HASER, C. et al. (Ed.). VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8). 8. Antalya, Turkey: Middle East Technical University, Ankara, v., 2013. p. 3185-3194. Disponible em: <http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/WG17_Montes.pdf>.

MONTES, M. A.; CONTRERAS, L. C.; CARRILLO, J. Conocimiento del profesor de Matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. In: BERCIANO, A.; GUTIÉRREZ, G. et al. (Ed.). *Investigación en Educación Matemática XVII* 17. Bilbao, España: SEIEM, v. 1, 2013. p. 403-410.

MORIEL JUNIOR, J. G.; CARRILLO, J. Explorando indícios de conhecimento especializado para ensinar Matemática com o modelo MTSK. In: *Investigación en Educación Matemática XVIII* 18., 2014, Salamanca, España. Anais... Salamanca, España, 2014. p. 1-10.

MORIEL JUNIOR, J. G. (2014). Conhecimento Especializado para ensinar divisão de frações. 2014. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Cuiabá, MT.

MORIEL JUNIOR, J. G.; MORAL, G. C. Y. **CONHECIMENTOS ESPECIALIZADOS PARA ENSINAR ADIÇÃO DE FRAÇÕES E COMO SE RELACIONAM: UM CASO SOBRE ERROS COMUNS DE ESTUDANTES, SUAS FONTES E MODOS DE SUPERÁ-LOS**, In: VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2017, Canoas, RS.

OLANOFF, D. E. **Mathematical Knowledge for Teaching Teachers: The Case of Multiplication and Division of Fractions**. 2011. 236 (PhD). Mathematics, Syracuse University, New York. Disponível em: <http://surface.syr.edu/mat_etd/64/>.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, cap. 12, pp. 199-220, 1999.

ONUCHIC, L.R & ALLEVATO. N.S.G. Pesquisa em Resolução de Problemas: Caminhos, avanços e novas perspectivas. In: Bolema, Rio Claro (SP), v.25, n.41, p.73-89, dez. 2011

ÖZEL, S. **An Analysis of In-service Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Division of Fractions**. *Anthropologist*, v. 16, n. 1-2, p. 1-5. 2013.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de Matemática na high school. In: KRULIK, S. & REYS, R. E. A resolução de problemas na Matemática escolar. Tradução Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, p.1-3, 1997.

POLYA, G. How to Solve It - A new aspect of mathematical method. Princeton: Princeton University Press, 1945

ROJAS, N.; FLORES, P.; CARRILLO, J. **Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseña os Números Racionales**. *Bolema*. Rio Claro. v. 29, n. 51, p. 143-167. 2015.

ROJAS, N. **Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: Un estudio de casos**. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada. 2014.

SAEB, Sistema de Avaliação da Educação Básica, 2011. Brasília. Disponível em <<http://provabrazil.inep.gov.br/>> Acessado em 09/12/2016

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986. Disponível em: <http://www.itp.wceruw.org/documents/Shulman_1986.pdf>.

SOUZA MIOLA, A. F. D.; PEREIRA, P. S. Uma análise de reflexões e de conhecimentos construídos e mobilizados por um grupo de professores no ensino de números decimais para o sexto ano do Ensino Fundamental. *Práxis Educativa*, v. 7, n. 2,

p. 533-558, 2012. Disponível em: <
<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/3420/3221> >.

TEIXEIRA, B. R.; CYRINO, M. C. C. T. .Estágio de Docência e a Formação do professor de Matemática: uma experiência com Análise Combinatória por meio da Resolução de Problemas.. In: IX ENEM, 2007, Belo Horizonte. Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007. p. 1-16.

TIROSH, D. **Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions.** Journal for Research in Mathematics Education, 31(1), 5-25. 2000.

TRENTO, A. C.; COLOMBO, J. A. A. **PANORAMA DAS PESQUISAS BRASILEIRAS SOBRE A METODOLOGIA ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM OLHAR ESPECIAL PARA OS ANOS FINAS DO ENSINO FUNDAMENTAL**, In: VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2017, Canoas, RS.

VASCO, L.M. **Conocimiento especializado del profesor de álgebra lineal: un estudio de casos en el nivel universitario.** (Doutorado). Huelva, Espanha. 2015.

APENDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Número de Aprovação CAAE: 79582117.9.000.8055

Você está sendo convidado a participar, como voluntário (a), em uma pesquisa. Após ser informado (a), e no caso de aceite, assino ao final deste documento e rubrique todas as páginas. Este documento será disponibilizado em duas vias, sendo uma sua e outra do pesquisador.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA

Tema da pesquisa: Conhecimento especializado de professores de Matemática mobilizado em um contexto de planejamento de ensino de divisões de frações usando resolução de problemas

Pesquisador responsável: Mestrando Glauco Cauê Yamamoto Moral (glauco.moral@hotmail.com, telefone (66) 99912-9666), orientado por Dr. Jeferson Gomes Moriel Junior (jeferson.moriel@cba.ifmt.edu.br, telefone: (65) 98112-1100).

Objetivo da Pesquisa: Nesta pesquisa, pretendemos identificar evidências de conhecimentos especializados de professores de Matemática para o ensino de divisão de frações por meio da resolução de problemas em um contexto de planejamento.

Definição do Grupo de Pesquisados: Os critérios para definição do grupo de pesquisados são: 1. Aceitar voluntariamente participar da pesquisa. 2. Ser professor de Matemática da rede estadual de educação.

Resultados Esperados: Com os dados obtidos por meio das declarações dos sujeitos da pesquisa, da análise dos dados obtidos, pretende-se avançar na caracterização do conhecimento especializado de professores de Matemática necessário para ensinar divisões de frações utilizando metodologias como a resolução de problemas.

Riscos aos participantes: Com base na Resolução nº 510 de 2016 ressaltamos que toda pesquisa contém riscos. Como a Oficina Formativa será gravada com mídias audiovisuais, o risco é a identificação dos sujeitos, ou seja, os pesquisadores quebrarem o acordo de confidencialidade e divulgar a identidade dos sujeitos para a sociedade. Para a assistência dos riscos associados aos participantes, os pesquisadores tomarão as seguintes atitudes: 1. Não utilizar transcrições ou imagens que possam expor ou identificá-los enquanto sujeitos da pesquisa respeitando normas éticas de confidencialidade por meio do tratamento e edição dos dados obtidos (suprimindo termos identificadores como nome, desfocando a imagem facial no vídeo). 2. Esclarecer aos sujeitos os direitos civis que lhes cabem em caso de uso indevido de sua imagem que configure quebra de acordo do TCLE.

Benefícios: Os resultados finais desta pesquisa serão devolvidos ao(s) sujeito(s) que manifestarem interesse em recebê-los (ao final deste termo), por meio de documento escrito ou de uma formação continuada relacionada à temática desta investigação.

Função do Comitê de Ética da Pesquisa (CEP): É responsável pela avaliação dos aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos.

Telefone para Contato:

CEP - Comitê de ética em Pesquisa do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso CEP/IFMT. Coordenadora: Marilu Lanzarin, telefone (65) 3616-4112, email: cep@ifmt.edu.br

Endereço CEP: Avenida Senador Filinto Muller, 963, 1º andar, Bairro Duque de Caxias, CEP 78.043-400 Cuiabá - MT telefone (65) 3616-4112, email: cep@ifmt.edu.br

Eu, _____, portador (a) do RG nº _____, abaixo assinado concordo em participar da pesquisa, cujo tema é “Conhecimento especializado de professores de Matemática mobilizado em um contexto de planejamento de ensino de divisões de frações usando resolução de problemas” como sujeito colaborador da mesma. Compreendo que terei garantia de confidencialidade das informações concedidas por meio de gravações audiovisuais e que apenas os dados consolidados serão divulgados na pesquisa. AUTORIZO o pesquisador responsável a colher os dados, sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes. Ao mesmo tempo libero a utilização dos dados coletados para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências de publicação nacional e internacional). Entendo ainda, que tenho direito de receber informações adicionais sobre o estudo a qualquer momento, mantendo contato com o pesquisador responsável. Também fui comunicado, que minha participação é voluntária e que se preferir não participar ou deixar de participar deste estudo a qualquer momento, isto não me acarretará nenhuma penalidade. Entendo tudo o que me foi explicado sobre a pesquisa a que se refere este documento e concordo em participar do mesmo.

Email para receber os resultados da pesquisa (caso não queira receber, deixe o campo em branco):

_____, _____ de _____ de 20__

Assinatura do Colaborador:

Assinatura do pesquisador responsável:

Agradeço sua participação.

APENDICE B

ROTEIRO OFICINA FORMATIVA

Meta: Ensinar divisão de frações de modo diferente: Por meio da Resolução de Problemas.

1º Questionamento:

- Que conhecimento é necessário para fazer **essa aula diferente?**

2º Questionamento:

- Como você realiza seu planejamento?

- Existe diferença entre exercício e problema? Comente: (tabela exercício e problema)

3º Questionamento:

- Observando este exemplo (análise combinatória) que etapa esta sendo abordada? (TEIXEIRA, 2006)

Exemplo:

Apresentação do problema:

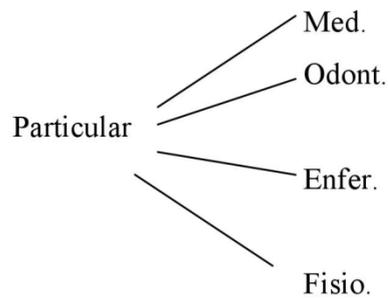
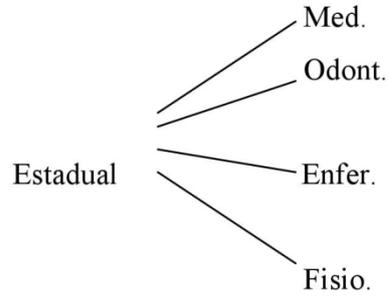
Um estudante ao se inscrever em um concurso para o vestibular, deve escolher o curso e a faculdade que deseja cursar. Sabe-se que existem quatro cursos que ele se disponibilizaria a fazer: Medicina, Odontologia, Enfermagem e Fisioterapia. Cada curso pode ser feito em dois tipos de faculdade: Estadual e Particular. Qual é o número total de opções distintas que o estudante pode fazer para se inscrever?

Resoluções e Registro:

Resolução 1

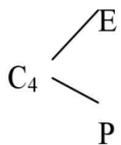
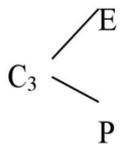
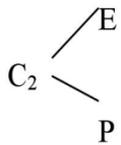
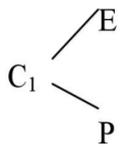
4 cursos

2 faculdades: Estadual e Particular



$2 \cdot 4 = 8$ opções distintas para se inscrever.

Resolução 2



8 //

Nesta resolução, C_1 , C_2 , C_3 e C_4 representam os cursos e as letras E e P representam o tipo de faculdade.

Resolução 3

Cada curso tem a possibilidade de ser feito em duas faculdades. Sendo 4 cursos a ser escolhido, ou seja, multiplica-se 4 por 2, igual a 8.

Plenária e Busca do Consenso:

Então, foi solicitado a cada grupo que explicasse sua resolução. A primeira e a segunda foram feitas por meio da árvore de possibilidades, na terceira já foi utilizado o princípio fundamental da contagem. Com relação às resoluções, todos concordaram que estavam corretas e que não tinham dúvidas sobre as diferentes formas de encaminhamento.

Formalização do Conteúdo:

Os estagiários aproveitaram a terceira resolução para fazer a sistematização do Princípio Fundamental da Contagem e apresentar uma outra estratégia de resolução por meio de uma tabela de dupla entrada.

Ao apresentar a definição os estagiários fizeram a seguinte analogia com o problema: O Princípio Fundamental da Contagem diz que se um acontecimento (a inscrição em um concurso para o vestibular) ocorre em duas etapas (neste caso, primeira etapa: escolha da faculdade; segunda etapa: escolha do curso) sucessivas (uma após a outra) e independentes (o resultado da primeira etapa não tem influência no resultado da segunda, ou seja, a escolha da faculdade não tem influência sobre a escolha do curso) sendo que a primeira etapa pode ocorrer de $a = 2$ maneiras distintas e a segunda etapa de $b = 4$ maneiras distintas, então o número total de possibilidades distintas de ocorrência destes acontecimentos é dada pelo produto $a \cdot b = 2 \cdot 4 = 8$.

Os alunos foram questionados sobre a vantagem de utilizar o Princípio Fundamental da Contagem em relação à árvore de possibilidades. Os alunos disseram que o Princípio Fundamental da Contagem nos mostra um método para determinar o número de possibilidades de ocorrer um evento, sem precisarmos descrever todas elas, pois seria muito trabalhoso, por exemplo, se tivéssemos mais opções de faculdade e um número muito maior de cursos.

- Observando o exemplo e o que diz Onuchic (1999) de que modo abordamos a Resolução de Problemas? Comente:

3) Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas. A Resolução de Problemas passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio para se ensinar Matemática. O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Os problemas são formulados tendo em vista a formação de conceitos antes mesmo de sua apresentação em Linguagem Matemática formal. O ensino centra-se no aluno que cria estratégias para solucionar o problema. Por fim, o professor dá forma aos conceitos.

4º Questionamento:

- *Sobre Divisão de Frações*

- *No conteúdo de divisões de frações, o que você acredita que seja importante o professor saber (conhecer)? Comente sobre: (MORIEL, 2017)*

5º Questionamento:

- Quando vamos ensinar divisão de frações, este conteúdo tem alguma ligação com outro conteúdo anterior, ou a necessidade do ensino de divisão de frações para outro conteúdo posterior? (análise de exemplo)

Rui tem $\frac{1}{4}$ de um bolo e quer dividi-lo em 6 partes iguais. Que fração do bolo representará cada parte que Rui obtiver?

6º Questionamento:

- Analisando o que Dante (1998) diz sobre um bom problema, como você elaboraria um problema sobre divisão de frações?

7º Questionamento:

- Em relação a este problema que você elaborou, como seria o seu planejamento para a abordagem em sala de aula? (Lembrar que estamos falando da Resolução de Problemas)

8º Questionamento:

- Existe outras maneiras de ensinar resolver a divisão de problemas, além das que você mencionou? (MORIEL, 2014)

9º Questionamento:

- Quais seriam as possíveis respostas do alunos (Acertos e Erros)? (MORIEL,2014)

- O que poderia impedir do aluno a conseguir responder este problema que você elaborou?

Se o aluno apresentasse propriedades de outras operações para resolver a divisão de frações, como seria sua abordagem com este aluno?

10º Questionamento:

- Após todas etapas da Resolução de Problemas como você realizaria a sistematização do conteúdo de divisão de frações que abordado em seu problema?

- Poderia existir mais problemas para a sistematização do conteúdo? Comente: